

# 粒子線治療用シンクロトロンにおけるベータトロン振動数の計算と実測

## MEASUREMENT AND CALCULATION OF BETATRON FREQUENCY IN SYNCHROTRON OF PROTON BEAM THERAPY

青木孝道<sup>#,A)</sup>, えび名風太郎<sup>A)</sup>, 野村拓也<sup>A)</sup>, 梅澤真澄<sup>A)</sup>, 平本和夫<sup>A)</sup>

Takamichi Aoki<sup>#,A)</sup>, Futaro Ebina<sup>A)</sup>, Takuya Nomura<sup>A)</sup>, Masumi Umezawa<sup>A)</sup>, Kazuo Hiramoto<sup>A)</sup>

<sup>A)</sup> Hitachi, Ltd.

### Abstract

Downsizing is necessary for the spread of proton therapy. We developed a compact synchrotron for system downsizing. The new synchrotron has a four-folding symmetric lattice, and its circumference is 18m. This synchrotron has the quadrupole magnets of the single system, which change betatron frequency between injection and extraction. Under this operation scheme, it is necessary to put betatron frequency, determined by edge focus of bending magnets, in  $\pm 0.01$  ranges. Therefore, the bending magnet shape was determined by three-dimensional magnetic field calculation and particle-tracking. As result, measured betatron frequency at flattop became the difference of less than 0.01 for designed value. And, stable injection, acceleration and extraction were realized.

### 1. はじめに

粒子線治療システムの普及にシステム小型化が必要である。日立ではスポットスキニング照射を用いた陽子線治療システム用に周長 18m・ビームの最大エネルギー220MeV/uのシンクロトロンを開発した。本シンクロトロンは最先端研究開発支援プログラム (FIRST) により北海道大学病院陽子線治療センターに設置され、2013年4月からビームコミッションが開始された。現在はスポットスキニング照射法を用いた治療に供用されている。今回は本シンクロトロンの仕様、ビームの安定性を確保する三次元磁場計算コード EM Solution<sup>[1]</sup>による偏向電磁石の磁場計算、および粒子追跡計算と実測によるベータトロン振動数の比較について報告する。

### 2. 四回対称陽子シンクロトロン

#### 2.1 概要

本シンクロトロンの模式図を Figure 1 に示す。Figure 1 に示すように本シンクロトロンは4台の90度偏向電磁石 (BM) と4か所の直線部からなる4回対称シンクロトロン<sup>[2]</sup>である。各直線部にはそれぞれ1台の発散四極電磁石 (QM) が設置されている。主たる仕様を Table 1 に示す。入射は水平方向にバンブ軌道を形成する多重回転入射法<sup>[3]</sup>を適用した。加速空洞は金属磁性体装荷型非同調空洞<sup>[4]</sup>を採用、高周波電場のハーモニクスは1としており高周波電場の周波数範囲は1.43~10.00 MHzである。取り出しには水平方向ベータトロン振動の三次共鳴条件 ( $\nu_x=1/3$ ) 下での横方向高周波電場印加による遅い取り出し法<sup>[5]</sup>を用いる。加速時の水平方向ベータトロン振動数と取り出し時の水平方向ベータトロン振動数をそれぞれ0.710と0.678とした。このベータトロン振動数制御を発散四極電磁石 (QM) の励磁量

によって行う。また、運転に必要な機器を各直線部に配置した。第一の直線部には入射用インフレクタ、第二の直線部に取り出し用ディフレクタ、第三の直線部にセプトム電磁石、第四の直線部に加速空洞と高周波キッカを備えている。また、取り出し時の水平方向セパトリクス形成のために六極電磁石を第一と第二の直線部に設置した。

Table 1: Specification of Developed Synchrotron

項目	値
加速粒子	p
超周期	4
周長	18.0 m
直線部長	2.3 m
偏向半径	1.4 m
入射ビームエネルギー	> 3.5 MeV
取り出しビームエネルギー	< 220 MeV
偏向電磁石磁場積分値	0.43~3.56 Tm
偏向磁場内平均磁場	0.19~1.62 T
磁場積分値変化率	< 4 Tm/s
ハーモニクス	1
高周波電場周波数	1.43~10.00 MHz
入射方式	多重回転入射法
取り出し方式	共鳴取り出し
水平方向ベータトロン振動数 (入射・加速時)	0.710
水平方向ベータトロン振動数 (取り出し時)	0.678

<sup>#</sup> takamichi.aoki.my@hitachi.com

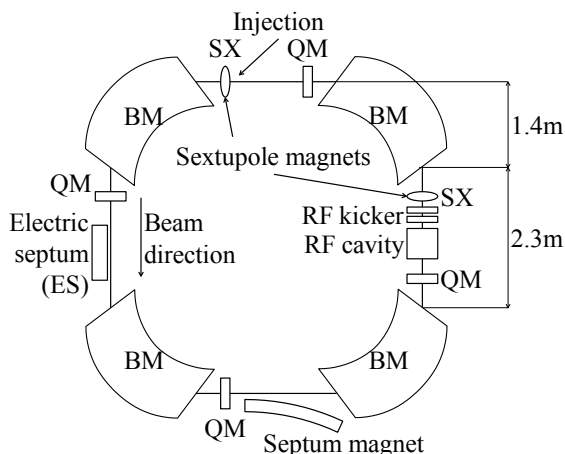


Figure 1: Schematic View of the Synchrotron.

## 2.2 シンクロトロン の 運 転 条 件

本シンクロトロンの特徴の一つは一系統のみ四極電磁石を持つ点である。BM 内の磁場は一様磁場を想定しており、結果として水平方向ベータトロン振動数  $\nu_x$  は 1 未満となる。輸送行列を用いる光学計算によって、エッジ角を決定した。以下に決定手法を述べる。QM の励磁量が 0 であるときのベータトロン振動数 (QM 無励磁時ベータトロン振動数) を直線部中点から直下流の直線部中点までの一超周期分の輸送行列  $R$  を

$$R = R_D R_E R_{BM} R_E R_D$$

として計算する。但し  $R_D$ 、 $R_E$ 、 $R_{BM}$  はそれぞれ直線部、エッジ、偏向電磁石の輸送行列である。これを計算し水平方向および鉛直方向のベータトロン振動数  $\nu_x$ 、 $\nu_y$  について

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\nu_x\right) = \frac{L}{\rho}(\tan^2 \varepsilon - 1) + \tan \varepsilon$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\nu_y\right) = \frac{2L}{\rho} \left\{ \frac{\pi}{4} \tan^2(\varepsilon - \varphi) - \tan(\varepsilon - \varphi) \right\} - \frac{\pi}{2} \tan(\varepsilon - \varphi) + 1$$

を得る。但し  $L$  は直線部の長さであり 2.3m、 $\rho$  は BM の偏向半径であり 1.4m である。また、 $\varepsilon$  は BM のエッジ角であり、 $\varphi$  は鉛直方向の収束力に生じる補正項である<sup>[6]</sup>。次に、ベータトロン振動数に対する制約条件を Figure 2 のチューンダイアグラム上に示す。取り出し時の水平方向ベータトロン振動数は前述のように 0.710 であり、入射時の水平方向ベータトロン振動数は 0.678 である。ここで、二次共鳴  $2\nu_y=3$  と三次共鳴  $2\nu_x=\nu_y$  によるビーム損失を防ぐために、鉛直方向ベータトロン振動数  $\nu_y$  に下記条件を課す。

- 入射加速時 :  $\nu_y > 1.430$
- 取り出し時 :  $\nu_y < 1.480$

この制約を満足するように、エッジ角  $\varepsilon$  を 37.0 度、補正角項  $\varphi$  を 1.8 度とした。その場合、QM 無励磁時ベータトロン振動数は Figure 2 の点 A に示す値となり、1 超周期分の  $\beta$  関数と分散関数は Figure 3 に示す通りとなる。

QM 励磁によるベータトロン振動数  $\nu_x$ 、 $\nu_y$  の変化量  $\Delta\nu_x$ 、 $\Delta\nu_y$  の比は QM の作用を薄レンズ近似できる範囲では QM における水平・鉛直方向それぞれの  $\beta$  関数の比に一致する。本シンクロトロンはその値は 0.595 であり、QM 励磁により Figure 2 のチューンダイアグラム上の赤点線で示す方向に運転条件を変更できる。よって、ビームの安定を実現する QM 無励磁時ベータトロン振動数は Figure 3 において点線で囲まれた範囲となり、実際のベータトロン振動数をこの範囲に収める必要がある。

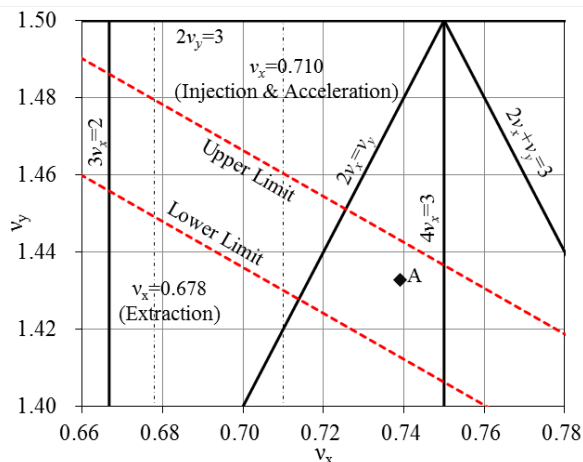


Figure 2: Tune Diagram of the Synchrotron.

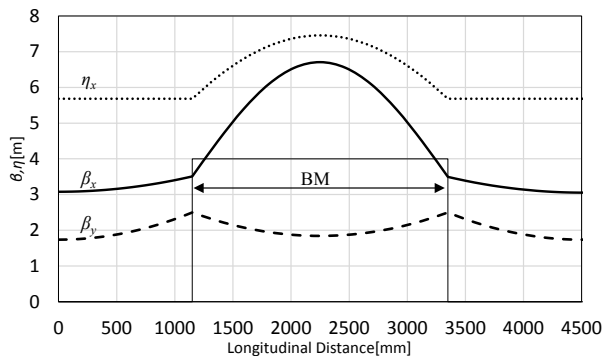


Figure 3:  $\beta$  and  $\eta$  in the synchrotron.

## 3. BM の開発

### 3.1 三次元磁場計算結果

本シンクロトロン の BM の開発では磁場計算コード EM Solution による三次元静磁場計算を用いた。磁場計算結果を受けて、Table 1 に示した磁場領域にて、所定のエッジ収束力が得られる形状とした。磁極は 0.5mm 厚の電磁鋼板 (50A600) の積層で構成しており、三次元磁場計算に用いた電磁鋼板の BH カーブを Figure 4 に示す。計算はシンクロトロン の上下対

称性と四回対称性を利用し、シンクロトロンを中心から半径 6m・高さ±3m の円筒領域内の磁場分布を計算した。計算メッシュの要素数は約 437 万であり、最小メッシュサイズは磁極端部における 2mm である。

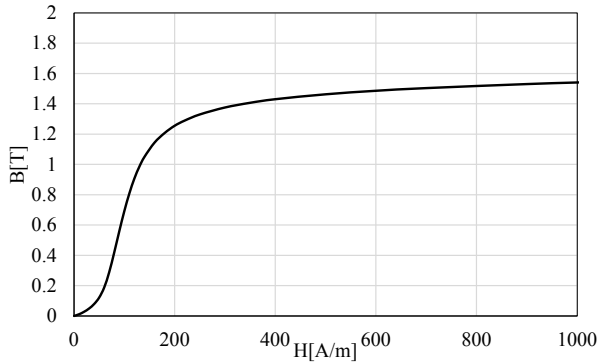


Figure 4: B-H Curve of Magnetic Steel.

上記条件の三次元磁場計算の結果から得たギャップ中心の水平方向の磁場分布を Figure 5 に示す。磁場分布はギャップ中心の磁束密度  $B_0$  を 0.2T, 0.9T, 1.6T, 1.7T とした 4 ケースについて計算した。ビーム通過領域の水平方向±90mm の範囲において磁場が±0.1%を実現しており、ギャップ内の領域は一様磁場とみなせると判断できる。さらに、磁極の磁化を Figure 6~9 に示す。 $B_0=1.6T, 1.7T$  の高磁場において磁極は飽和しており、エッジにおける収束力に影響を与えると考えられる。

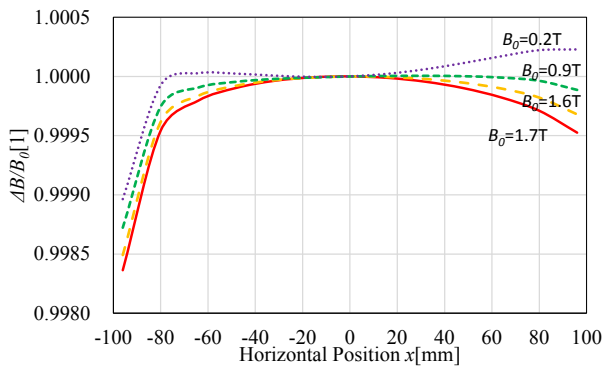


Figure 5: Result of Magnetic Field Calculation.

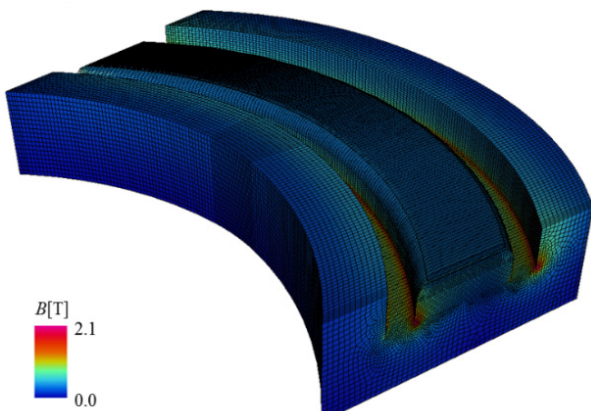


Figure 6: Magnetic Field Calculation. ( $B_0=0.2T$ )

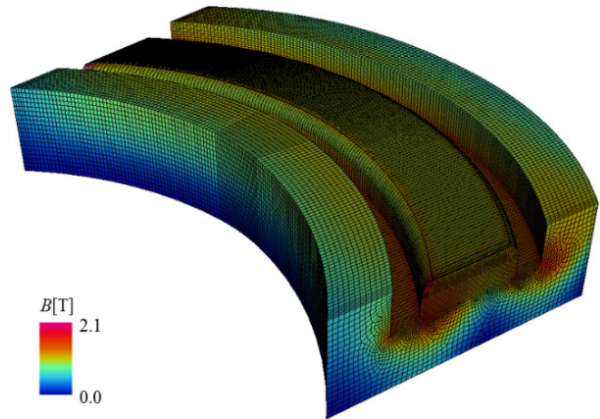


Figure 7: Magnetic Field Calculation. ( $B_0=0.9T$ )

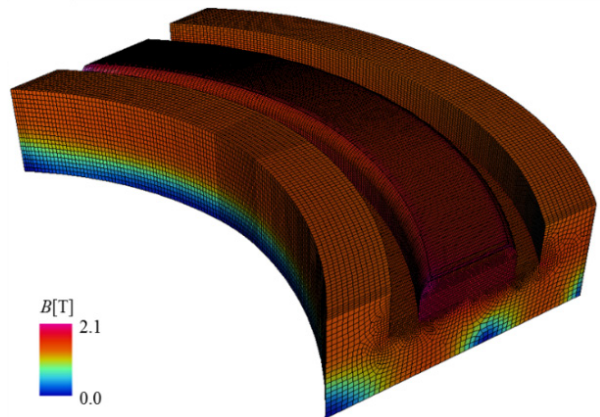


Figure 8: Magnetic Field Calculation. ( $B_0=1.6T$ )

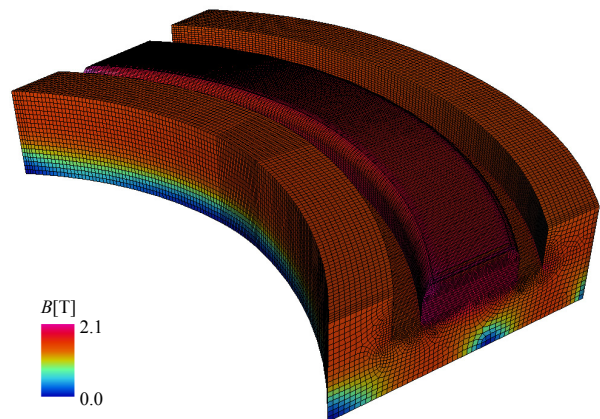


Figure 9: Magnetic Field Calculation. ( $B_0=1.7T$ )

## 4. ベータトロン振動数の計算と実測

### 4.1 粒子追跡計算

上記三次元磁場計算で得た磁場分布のもとで周回ビームのベータトロン振動数を計算した。Runge-Kutta 法に基づく粒子追跡計算<sup>[7]</sup>を適用し、直線部の中点における 1000 周分の位相空間位置を追跡するこ

とでベータatron振動数を算出した。粒子追跡計算の条件を Table 2 に示す。得られた直線部中点における位相空間上の位置を Figure 10~13 に示す。各図の上図は水平方向の位相空間を、下図は鉛直方向の位相空間の計算結果を示している。対称性により、直線部の中点では水平方向と鉛直方向ともに  $\alpha=0$  となる一方で粒子追跡計算の結果も  $\alpha=0$  の固有楕円を描いており矛盾なく計算できているといえる。また、鉛直方向の位相空間上の固有楕円が幅を持っているのは、XY カプリングが原因である。別途、鉛直方向の変位を 10mm とし、水平方向の変位を 0mm とし同様に計算した場合に固有楕円の幅が小さくなることを確認されている。

Table 2: Conditions of Particle Tracking

項目	値
一周当たりステップ数	5100
粒子軌道初期変位 (水平方向)	45mm
粒子軌道初期傾き (水平方向)	0mrad
粒子軌道初期変位 (鉛直方向)	10mm
粒子軌道初期傾き (鉛直方向)	0mrad
ギャップ中心磁場 $B_0$	0.2, 0.9, 1.6, 1.7T

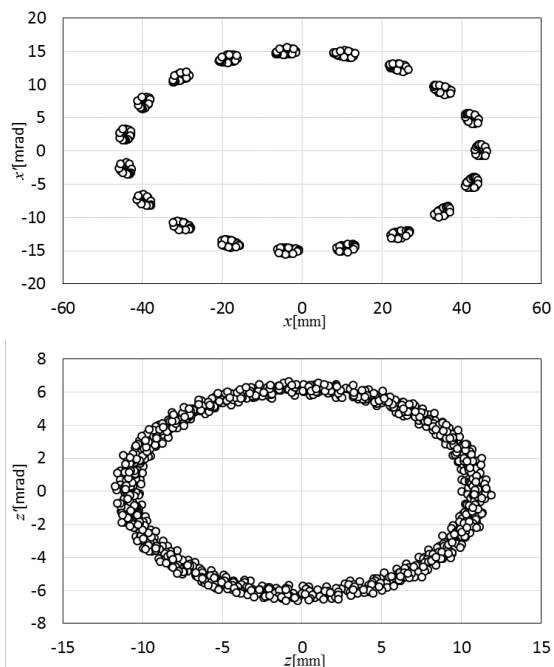


Figure 10: Result of Particle Tracking. ( $B_0=0.2T$ )

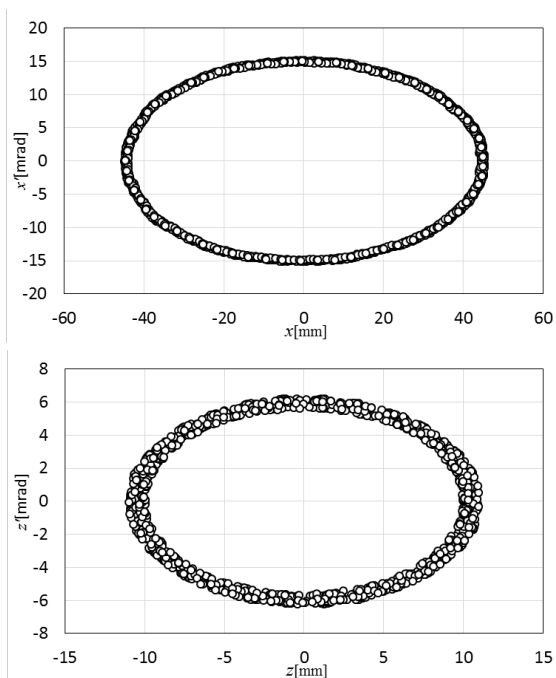


Figure 11: Result of Particle Tracking. ( $B_0=0.9T$ )

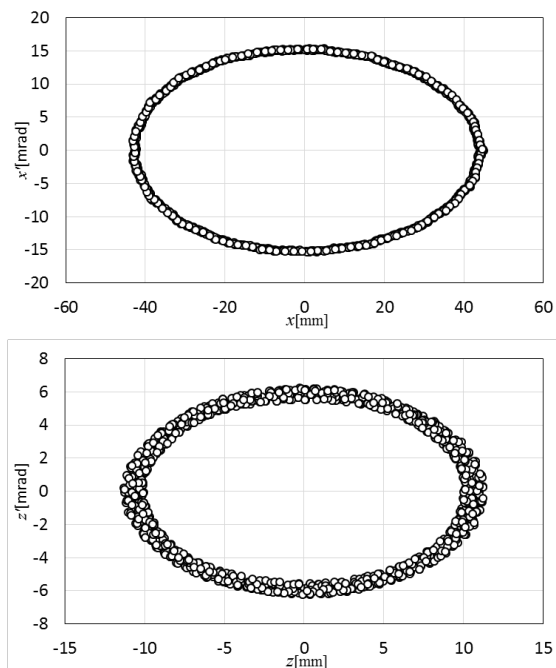


Figure 12: Result of Particle Tracking. ( $B_0=1.7T$ )

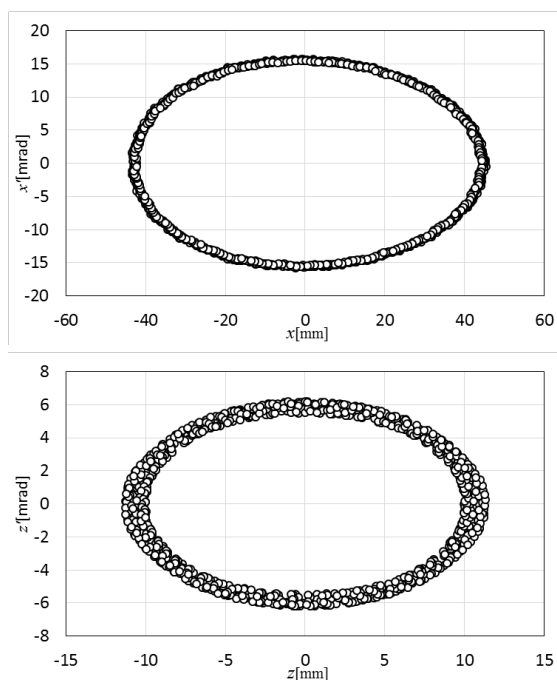


Figure 13: Result of Particle Tracking. ( $B_0=1.7T$ )

#### 4.2 実測結果

本シンクロトロンを北海道大学病院陽子線治療センター<sup>[8]</sup>に導入し、2013年4月よりビームコミッショニングを開始した。全エネルギーで共鳴によるビームロスが観測されず、入射時(7.0MeV/u)と最高エネルギー(220MeV/u)のフラットトップにおけるQM無励磁時ベータトロン振動数を測定した。実測結果と粒子追跡計算の結果をFigure 14のチューンダイアグラムに示す。Figure 14上の丸印によるプロットが粒子追跡計算の結果であり、ギャップ磁場が1.6T以上では磁極飽和に伴うエッジ角の低下を反映し、水平ベータトロン振動数 $v_x$ が増加し、鉛直ベータトロン振動数 $v_y$ が減少する。実測結果は四角のプロットで示している。実測でも磁極飽和に起因するベータトロン振動数のシフトが観測された。

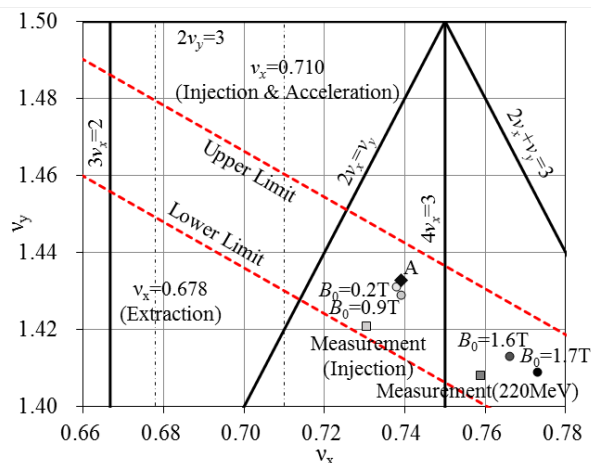


Figure 14: Results of Calculation and Measurement of Betatron Frequencies.

#### 5. 結論

周長 18m の最大エネルギー220MeV/u の四回対称シンクロトロンを開発・製作した。開発においては三次元磁場計算と粒子追跡計算によって三次元磁場計算と粒子追跡計算によってベータトロン振動数を計算し、安定に入射・加速・取り出しが可能であることが確認された。製作したシンクロトロンは北海道大学病院陽子線治療センターに納入された。コミッショニングでベータトロン振動数の測定がおこなわれ、フラットトップのベータトロン振動数の計算値と実測値の差は水平方向に 0.007、鉛直方向に 0.005 程度となった。これはエッジ角に換算し、0.2度エッジ角が計算よりも低下していることを示している。この原因は磁極材料の個体差による BH カーブのずれと、三次元磁場計算の計算精度が考えられる。

コミッショニングによって所定のエネルギーのビームを取り出すことに成功した。2014年3月より製作したシンクロトロンを用いた陽子線治療システムは治療に供されている。

#### 6. 謝辞

本研究は、総合科学技術会議により制度設計された最先端研究開発支援プログラムにより、日本学術振興会を通して助成されたものです。

#### 参考文献

- [1] <http://www.ssil.com/em/EMSolution/ja/index.html>
- [2] F. Ebina, et al., "Improvement of extraction efficiency from a slow extraction synchrotron by applying the constant spiral step condition", Nucl. Instr. Meth., **A685**, p.1, (2012)
- [3] K. Hiramoto, et al., "Synchrotron Technology for Particle Therapy System", PTCOG49, May, 2010
- [4] K. Saito, et al., "RF Accelerating System for a Compact Ion Synchrotron", Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference, Chicago, (2001)
- [5] K. Hiramoto, et al., Nucl. Instr. Meth., **A322**, p.154, (1992).
- [6] K. L. Brown, "A First- and Second-Order Matrix Theory for the Design of Beam Transport Systems and Charged Particle Spectrometers", SLAC-75, Jun. (1982)
- [7] T. Aoki, et al., "粒子線治療用シンクロトロン偏向電磁石の光学特性の磁場依存性評価", Proceedings of the 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Tsukuba, Aug. 1-3, (2011)
- [8] <http://www.huhp.hokudai.ac.jp/proton/>