

SPring-8 線型加速器に於ける六電極 BPM を使用した ツイスパラメータ測定と整合

MEASUREMENT AND MATCHING OF TWISS PARAMETER FOR SPring-8 LINAC USING SIX-ELECTRODE BPMS

柳田謙一*、鈴木伸介、花木博文

Kenichi Yanagida*, Shinsuke Suzuki, Hirofumi Hanaki

Japan Synchrotron Radiation Research Institute

Abstract

In order to measure emittances and twiss parameters four six-electrode beam position monitors were installed at the end of SPring-8 linear accelerator. A method for emittance measurement was to measure second-order relative moments changing magnetic field strengths of four quadrupole magnets, then to deduce initial emittances and twiss parameters at the calculation start point. An entire calibration including effects up to fifth-order moments was successfully carried out for precise measurement. An effect of a moment to a signal difference is expressed by an effective aperture radius.

1. はじめに

SPring-8 線型加速器では、後に続くビーム輸送系（シンクロトロン及びニュースバル方向）のツイスパラメータ整合を図るため、1 GeV 振分偏向電磁石直前の整合セクションに於いてワイヤスキャナーやプロファイルモニタ (PM) を使用したエミッタンス測定が行われた^{[1][2]}。

しかしながらワイヤスキャナーや PM を使用した測定では、ビームサイズが小さくなった場合に信号が飽和したり、反対にビームサイズが大きくなった場合に信号がノイズレベル程度になるため、測定器を常に最適ゲインに調整する必要があり、測定の簡易化を阻害する要因であった。

さらに、ワイヤスキャナーや PM など破壊型モニタでは、精度を上げるために測定点を増やすと、測定点に比例して測定時間が増えてしまう事も測定時間短縮化の課題となっていた。

以前より、多電極ビーム位置モニタ (BPM) を使用し、二次相対モーメントからビームサイズ、エミッタンスやツイスパラメータを測定した報告があり^{[3][4]}、SPring-8 線型加速器に於いても同様な計測が可能で且つ最適であろうと判断し、2009 年頃から六電極 BPM システムの設計・検討を開始した^{[5][6]}。

幸いなことに、SPring-8 線型加速器 BPM システムに於いては、信号処理回路に対数検波増幅器を使用しており^[7]、ダイナミックレンジは二桁以上ある。そのためゲイン調整 (アッテネータの抜き差し) 等が不要となり、簡易な二次相対モーメント (エミッタンス) の測定が可能であろうと期待された。

その後、六電極 BPM システムの製作・設置・ビーム試験を行い、エミッタンス測定に必要な精度で二次相対モーメントが測定される事を確認した^{[8][9]}。

今回、エミッタンス測定を行った場所は線型加速器 1 GeV 振分偏向電磁石上流の整合セクションである。Figure 1 はその付近の機器レイアウトで、ツイスパラメータ整合を図るための整合用四極電磁石 (QM) が四台設置されている。2013 年夏にはその各 QM の直上流部に六電極 BPM 四台を設置した。

今年会では六電極 BPM に関連した重要な概念及び技

術の集大成として、エミッタンス測定を含む以下の四項目に就いて述べる。

- 信号電圧差分に於ける五次モーメントまでの寄与
- 実効開口半径 (Effective Aperture Radius)
- 全体較正 (Entire Calibration)
- Q スキャンによるエミッタンス測定

2. 信号電圧差分に於ける五次モーメントまでの寄与と実効開口半径

2013 年加速器学会年会 (PASJ10) に於いて、著者らは「ビーム位置測定に於ける三次モーメントの影響」の表題で発表を行った^[10]。その中で SPring-8 線型加速器円形断面六電極 BPM に於ける信号電圧差分を Eq. (1) のように定義した。

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{V_1 - V_3 - V_4 + V_6}{V_1 + V_3 + V_4 + V_6}, \\ S_1 &= \frac{V_1 + V_3 - V_4 - V_6}{V_1 + V_3 + V_4 + V_6}, \\ C_2 &= \frac{V_1 + V_3 + V_4 + V_6 - 2(V_2 + V_5)}{V_1 + V_3 + V_4 + V_6 + 2(V_2 + V_5)}, \\ S_2 &= \frac{V_1 - V_3 + V_4 - V_6}{V_1 + V_3 + V_4 + V_6}, \\ S_3 &= \frac{V_1 - V_2 + V_3 - V_4 + V_5 - V_6}{V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6}. \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 V_1, \dots, V_6 は各電極 (Fig. 2 参照) の信号電圧振幅である。

2013 年夏の時点でこれら信号電圧差分は三次モーメントの寄与まで考慮すれば十分であろうと考えていたが、全体較正の試験を重ねて行くうちに三次モーメントまでの寄与では微妙に較正精度が不足する恐れが出て来た。すなわち、BPM の機械中心から ± 3 mm 以内のマッピングスキャン範囲ならば問題は無かったが、手違い等により $\pm 4 \sim \pm 5$ mm の位置をマッピングスキャンした場合、位置算出精度が $100 \mu\text{m}$ を越えて悪化することが判明した。

そこで、信号電圧差分に於いて考慮すべき次数を大きくし、五次までとした (Eq. 2 参照)。各モーメントの信

* ken@spring8.or.jp

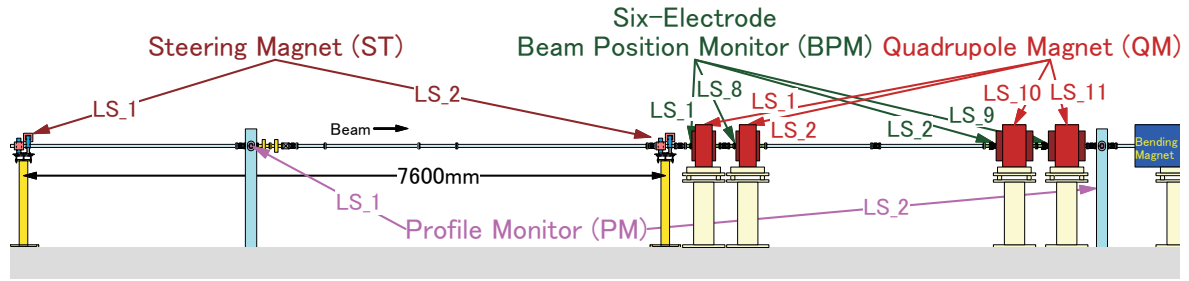


Figure 1: Schematic layout of equipments for beam experiments.

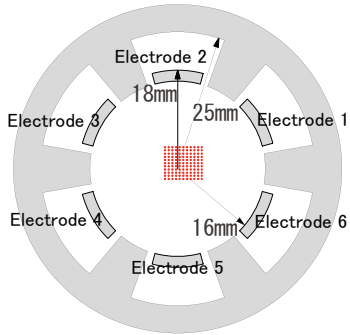


Figure 2: Cross-section of six-electrode BPM and mapping points (denoted by red filled circle) at BPM_LS.1 in the entire calibration.

号電圧差分への寄与は実効開口半径 $R_{C,SmP,Qn}$ (Table 1 参照) の逆数で与えられる。実効開口半径の導出方法は 2013 年の発表^[10] と同じである。

Table 1: Effective Aperture Radii $R_{C,SmP,Qn}$ [mm]

R_{C1P1}	18.688	R_{S1P2}	23.155	R_{C2P4}	18.029
R_{C1P2}	23.155	R_{S1Q3}	16.570	R_{S2Q2}	17.594
R_{C1P3}	∞	R_{S1P4}	19.953	R_{S2P2}	23.155
R_{C1P4}	19.953	R_{S1Q5}	19.531	R_{S2Q4}	17.392
R_{C1P5}	17.499	R_{C2P2}	18.906	R_{S3Q3}	16.570
R_{S1Q1}	32.368	$R_{C2P2'}$	32.746		

$$\begin{aligned}
 C_1 &\approx \frac{2P_1}{R_{C1P1}} \left(1 - \frac{2P_2}{R_{C1P2}^2} + \frac{4P_2^2}{R_{C1P2}^4} + \frac{2P_4}{R_{C1P4}^4} \right) \\
 &\quad + \frac{2P_3}{R_{C1P3}^3} - \frac{2P_5}{R_{C1P5}^5}, \\
 S_1 &\approx \frac{2Q_1}{R_{S1Q1}} \left(1 - \frac{2P_2}{R_{S1P2}^2} + \frac{4P_2^2}{R_{S1P2}^4} + \frac{2P_4}{R_{S1P4}^4} \right) \\
 &\quad + \frac{2Q_3}{R_{S1Q3}^3} + \frac{2Q_5}{R_{S1Q5}^5}, \\
 C_2 &\approx \frac{2P_2}{R_{C2P2}^2} \left(1 + \frac{2P_2}{R_{C2P2'}^2} \right) - \frac{2P_4}{R_{C2P4}^4}, \\
 S_2 &\approx \frac{2Q_2}{R_{S2Q2}^2} \left(1 - \frac{2P_2}{R_{S2P2}^2} \right) + \frac{2Q_4}{R_{S2Q4}^4}, \\
 S_3 &\approx \frac{2Q_3}{R_{S3Q3}^3}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

ここで、 $R_{C,SmP,Qn}$ は n 次絶対モーメント P_n または

Q_n が信号電圧差分 C_m または S_m へ与える寄与を表し、 $R_{C,SmP,Qn}$ が小さいほど寄与は大きい。円形断面 BPM の開口半径を R とすると、実効開口半径は開口半径と同程度である場合が多く、且つ $R \leq R_{C,SmP,Qn}$ を満たす。

P_n 及び Q_n は二次元極座標系の長さ b_G , a_{gk} 及び仰角 β_G , α_{gk} を用いて一般的に以下の様に表される。

$$P_n = \sum_{k=0}^n n C_k b_G^{n-k} a_{gk}^k \cos \{ (n-k)\beta_G + k\alpha_{gk} \}, \tag{3}$$

$$Q_n = \sum_{k=0}^n n C_k b_G^{n-k} a_{gk}^k \sin \{ (n-k)\beta_G + k\alpha_{gk} \},$$

ここで $n C_k$ は二項定数、 $a_{g1} \equiv 0$ である。 b_G 及び β_G は、

$$P_1 = b_G \cos \beta_G, \quad Q_1 = b_G \sin \beta_G, \tag{4}$$

から得られる値であり、 a_{gk} , 及び α_{gk} は k 次相対モーメント P_{gk} , Q_{gk} から得られる^[5]。

$$P_{gk} = a_{gk}^n \cos k\alpha_{gk}, \quad Q_{gk} = a_{gk}^n \sin k\alpha_{gk}. \tag{5}$$

この円形断面六電極 BPM の場合、測定可能なモーメントは P_1 , Q_1 , P_{g2} , Q_{g2} 及び Q_{g3} の五つである。そのため Eq. (3) 中の測定では得られない値 (項) を零と見なして削除・整理すると以下の様になる ($n \leq 5$)。

$$\begin{aligned}
 P_1 &= p_{G1}, \quad Q_1 = q_{G1}, \\
 P_2 &= p_{G2} + P_{g2}, \quad Q_2 = q_{G2} + Q_{g2}, \\
 P_3 &= p_{G3} + 3b_G a_{g2}^2 \cos(\beta_G + 2\alpha_{g2}), \\
 Q_3 &= q_{G3} + 3b_G a_{g2}^2 \sin(\beta_G + 2\alpha_{g2}) + Q_{g3}, \\
 P_4 &= p_{G4} + 6b_G^2 a_{g2}^2 \cos(2\beta_G + 2\alpha_{g2}), \\
 Q_4 &= q_{G4} + 6b_G^2 a_{g2}^2 \sin(2\beta_G + 2\alpha_{g2}), \\
 P_5 &= p_{G5} + 10b_G^3 a_{g2}^2 \cos(3\beta_G + 2\alpha_{g2}), \\
 Q_5 &= q_{G5} + 10b_G^3 a_{g2}^2 \sin(3\beta_G + 2\alpha_{g2}).
 \end{aligned} \tag{6}$$

ここで、 p_{Gn} 及び q_{Gn} は n 次重心モーメントである。

$$p_{Gn} = b_G^n \cos n\beta_G, \quad q_{Gn} = b_G^n \sin n\beta_G. \tag{7}$$

3. 全体較正

2012 年加速器学会年会 (PASJ9) に於いて、著者らは全体較正の概念を発表した^[8]。全体較正は精密な二次相対モーメント測定に於いて必要不可欠である。

全体較正は実ビームを使用して各電極チャンネル間の相対減衰（バランス）係数を求める実験的手法である。六電極 BPM の直上流にステアリング電磁石（ST）があれば全体較正を実行出来る。

原理は単純で、ST はビーム位置を変化させるものの、ビーム形状は変化させない事を利用したものである。ビーム形状が変化しなければ、Eq. (6) 中の相対モーメント P_{g2} , Q_{g2} 及び Q_{g3} は一定値となる。逆に一定値とならなければ、各電極チャンネル間の相対減衰係数が不適切とされるため、相対モーメントが一定値となるような相対減衰係数が演算計算される。

但し、 Q_{g3} に関しては一定値という条件の他に、 Q_{g3} が 0 若しくは 0 に近いと云う条件が必要であった。これは、演算計算時に Q_{g3} に数値的な制限が掛からないためである。実ビームでは $Q_{g3} = 0$ では無く、有限の値を持つため、演算計算値との間にズレが生じる。このズレを可能な限り小さくするには、実際に Q_{g3} を小さくする以外に方法は無く、ビーム形状を円形、縦長、横長にするか、若しくはビームサイズを小さくするからである。

さて、ここで実際に行われた全体較正の例（デモンストラクション）を示す。Figure 1 に見られるようにツイスパラメータ整合用に QM 四台（上流から QMLS.1, QMLS.2, QMLS.10 及び QMLS.11）が存在する。2013 年夏にはその四台の QM を半割りして六電極 BPM 四台（上流から BPM.LS.1, BPM.LS.8, BPM.LS.2 及び BPM.LS.9）を設置した。各 BPM の電極位置は各 QM 上流側ヨーク端面より約 70 mm 上流である。

BPM.LS.1 の上流には同一形状の ST が二組（ST.LS.1 及び ST.LS.2）あり、この ST をそれぞれ逆方向に励磁することにより、各 BPM 内のビーム位置変化をほぼ同じにした。Figure 2 は円形断面六電極 BPM の形状と ST 励磁電流値変化に対する BPM.LS.1 に於けるビーム位置、すなわちマッピング点を示している。Figure 3 はその時の ST 励磁電流値である。QM 四台の励磁電流値は 0A であった。

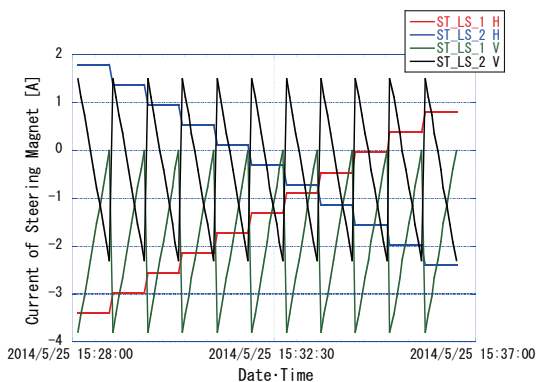


Figure 3: Currents of STs in the entire calibration.

Figure 4~11 は全体較正中の BPM.LS.1 に於ける各モーメントの変化である。底面左側の軸が垂直方向 ST 励磁電流値、底面右側の軸が水平方向 ST 励磁電流値、高さ軸は各モーメントの値を示しており、左図は計算（シミュレーション）、右図は実測のグラフである。計算と実測がほぼ一致していることから、全体較正は問題無く遂行されたと思われる。測定された相対減衰係数を

Table 2 に示す。

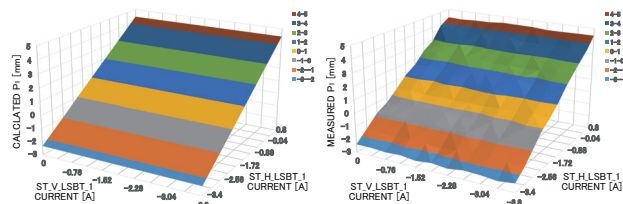


Figure 4: P_1 at BPM.LS.1 in the entire calibration.

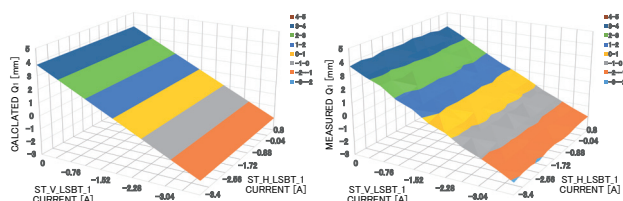


Figure 5: Q_1 at BPM.LS.1 in the entire calibration.

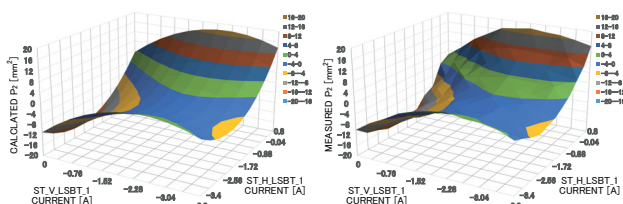


Figure 6: P_2 at BPM.LS.1 in the entire calibration.

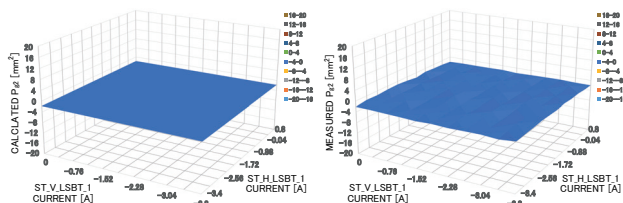


Figure 7: P_{g2} at BPM.LS.1 in the entire calibration.

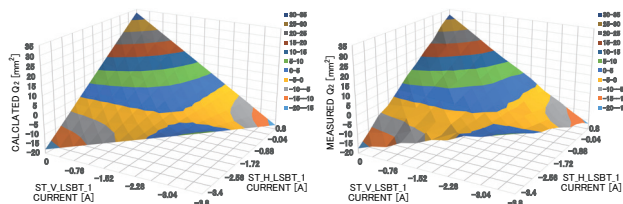


Figure 8: Q_{g2} at BPM.LS.1 in the entire calibration.

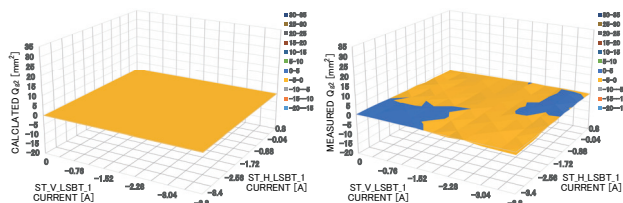


Figure 9: Q_{g2} at BPM.LS.1 in the entire calibration.

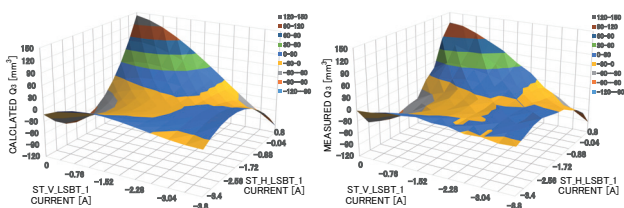


Figure 10: Q_3 at BPM.LS.1 in the entire calibration.

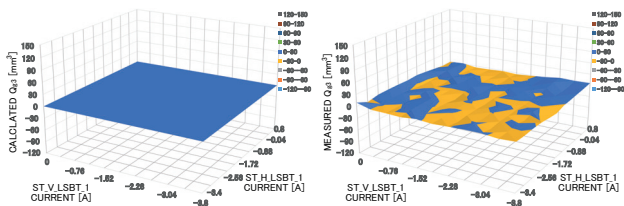


Figure 11: Q_{g3} at BPM.LS.1 in the entire calibration.

Table 2: Measured Relative Attenuation Factors [dB]

	Ch 1	Ch 2	Ch 3	Ch 4	Ch 5	Ch 6
BPM.LS.1	0.00	2.33	0.27	-0.59	0.85	-0.72
BPM.LS.8	0.00	0.57	0.57	0.05	-0.12	0.31
BPM.LS.2	0.00	1.50	0.73	0.29	2.08	0.54
BPM.LS.9	0.00	0.15	0.19	0.86	0.67	0.17

4. エミッタンス測定

QM 四台の励磁量を適切に変化させながら二次相対モーメント P_{g2} の測定を行う Q スキャンを行い、エミッタンスを算出した。励磁量を適切に変化させると云う意味は、測定される二次相対モーメント $P_{g2.M}$ の値を正負同数程度にすると云う意味である。

$\sigma_{H.C}$ 及び $\sigma_{V.C}$ を演繹計算されたエミッタンス及びツイスパラメータから計算される水平及び垂直方向のビームサイズとした時、 $0 < P_{g2.M}$ の場合は $\sqrt{P_{g2.M}} < \sigma_{H.C}$ が成り立つ故に $\sigma_{H.C}$ の下限値を与え、 $P_{g2.M} < 0$ の場合は $\sqrt{-P_{g2.M}} < \sigma_{V.C}$ が成り立つ故に $\sigma_{V.C}$ の下限値を与える。

若しも $P_{g2.M}$ が全て正であれば、 $\sigma_{V.C}$ の下限値が無く垂直エミッタンスは 0 と演繹計算され、逆に $P_{g2.M}$ が全て負であれば、 $\sigma_{H.C}$ の下限値が無く水平エミッタンスは 0 と演繹計算される。そのため、 $P_{g2.M}$ は正の場合と負の場合が同数程度になる必要がある。

Figure 12 は Q スキャンを行った時の QM 励磁電流値、Fig. 13 はその時の $P_{g2.M}$ である。QM 励磁電流値は一セット当たり約 1 分間保持され、計十一セットが試行された。

各セットは QM 四台の励磁電流値で、すなわち $I_{SET} = (\text{QM.LS.1 電流値}, \text{QM.LS.2 電流値}, \text{QM.LS.10 電流値}, \text{QM.LS.11 電流値})$ [A] で区別される。電流値の符号は極性を示し、+:focus、-:defocus である。全十一セットの QM 励磁電流値 (四台分) 及び $P_{g2.M}$ (四台分) から、エミッタンス及びツイスパラメータが Table 3 のように演繹計算された。演繹計算の方法は、PM.LS.1 を始点としたエミッタンス及びツイスパラメータを仮定し、それらから計算された二次相対モーメント $P_{g2.C}$ と $P_{g2.M}$ の差分二乗和が最小となる値を演繹計算値とし

た。但しここで、 $P_{g2.C} = \sigma_{H.C}^2 - \sigma_{V.C}^2$ である [5]。

ビームエネルギーは 975MeV とした。演繹計算に於いて、ビームエネルギーが計算結果に少なからず影響を与えることが判明した。今後はビームエネルギーを正確に測定する方法を考えるか、ビームエネルギー込みで演繹計算する手法を確立すべきであろう。

三セットのみではあるが、Q スキャンと同時に PM でビーム形状を確認した (Fig. 14)。PM.LS.1 のビーム形状は Q スキャン中でも変化しないので共通とした。これら PM での測定に於いては、ゲイン調整が出来ず、信号が飽和若しくはノイズレベル程度の場合もあり、誤差が大きいと思われるが、参考値を得るために Fig. 14 からビームサイズ $\sigma_{H.M}$ 、 $\sigma_{V.M}$ を計算した。

Figure 15~17 は、この三セットに於けるビームサイズ $\sigma_{H.C}$ 、 $\sigma_{H.M}$ 、 $\sigma_{V.C}$ 、 $\sigma_{V.M}$ 及び二次相対モーメント $P_{g2.C}$ 、 $P_{g2.M}$ を長手方向に表示したグラフである。図中 $P_{g2.M}$ と $P_{g2.C}$ はエラー範囲内で良く一致しているが、 $\sigma_{H.M}$ 、 $\sigma_{V.M}$ は $\sigma_{H.C}$ 、 $\sigma_{V.C}$ よりも若干小さい値となっている。PM による測定エラーの所為だと思われる。

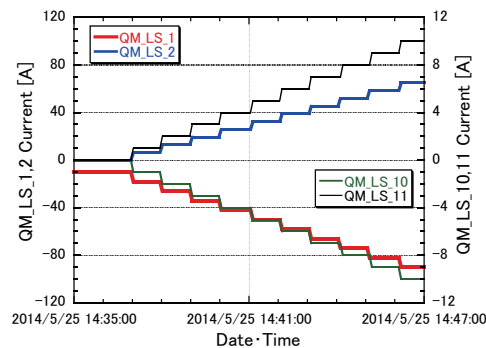


Figure 12: Current of QMs in the Q-scan.

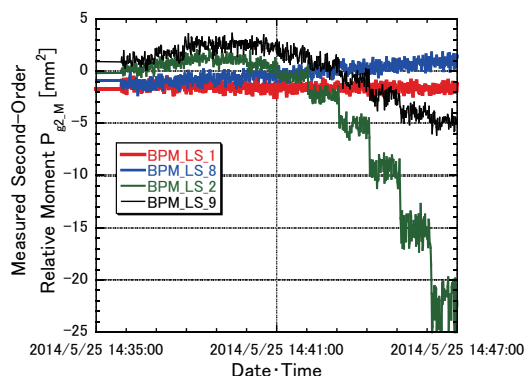


Figure 13: $P_{g2.M}$ in the Q-scan.

Table 3: Deduced Emittances and Twiss Parameters

Parameter	Horizontal	Vertical
ε [$\pi\text{mm} \cdot \text{mrad}$]	0.168 ± 0.002	0.299 ± 0.001
β [m]	14.7 ± 0.1	5.7 ± 0.2
α	2.25 ± 0.04	0.50 ± 0.03

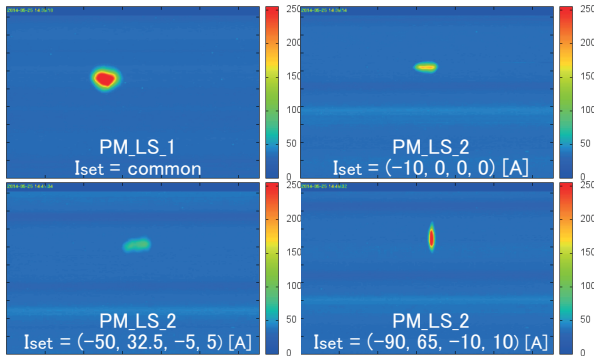


Figure 14: Beam profiles in the Q-scan (eight-bit).

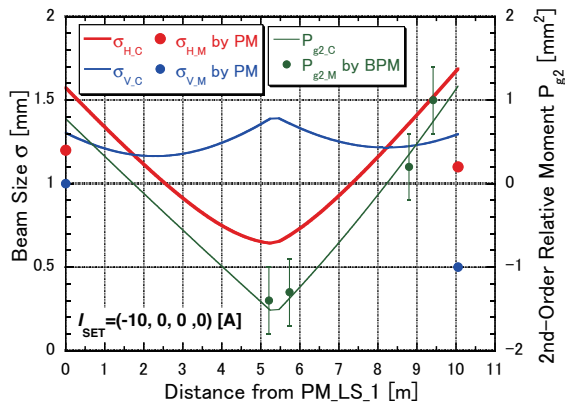


Figure 15: σ and P_{g2} ; $I_{SET} = (-10, 0, 0, 0)$ [A].

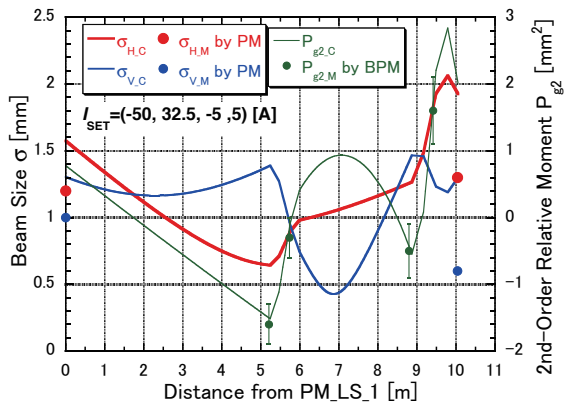


Figure 16: σ and P_{g2} ; $I_{SET} = (-50, 32.5, -5, 5)$ [A].

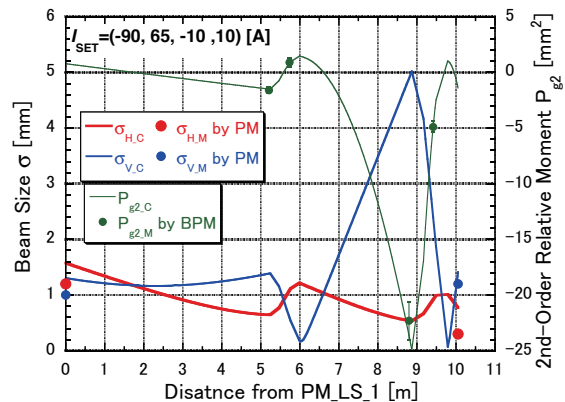


Figure 17: σ and P_{g2} ; $I_{SET} = (-90, 65, -10, 10)$ [A].

5. まとめと今後の課題

二次相対モーメントを正確に測定する為、信号電圧差分を五次のモーメントまで含む表記とした。各モーメントの寄与は実効開口半径で表される。

全体較正に就いて、ほぼ理論(予想)通りの測定値が得られ、全体較正の手法が正しく且つ有用であることが確認された。

Q スキャンの手法により、六電極 BPM のみの使用によりビームエミッタンス及びツイスパラメータが測定された。ビームエネルギー値による不確定性要因もあるが、それは今後の課題であろう。

ツイスパラメータ整合は GUI を使用して行う予定で、現在準備を進めている。

参考文献

- [1] K. Yanagida, et al., "Twiss Parameter Matching for The Beam Transport Line of The Spring-8 Linac", Proc. of the 24th Linear Accel. Meeting in Japan, Sapporo, August 1999, pp. 82-84.
- [2] T. Asaka, et al., "Beam Optics Calculation and Emittance Measurement at The SPring-8 Linac", Proc. of the 4th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Wako, August 2007, pp. 619-621, [http://www.pasj.jp/web_publish/pasj4-lam32/PASJ4-LAM32 \(D\)/contents/PDF/TP/TP68.pdf](http://www.pasj.jp/web_publish/pasj4-lam32/PASJ4-LAM32 (D)/contents/PDF/TP/TP68.pdf).
- [3] R. H. Miller, et al., "Nonintercepting Emittance Monitor", Proc. 12th Int. Conf. High-Energy Accel. (HEAC'83), Fermilab USA, 1983, pp. 603-605.
- [4] T. Suwada, et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams **6**, 032801 (2003), <http://journals.aps.org/prstab/pdf/10.1103/PhysRevSTAB.6.032801>.
- [5] K. Yanagida, et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams **15**, 012801 (2012), <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.15.012801>.
- [6] K. Yanagida, et al., "Design of The Six-Electrode Circular Cross-Sectional BPM for Second-Order Moment Measurement", Proc. of the 8th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Tsukuba, August 2011, pp. 446-450, http://www.pasj.jp/web_publish/pasj8/proceedings/poster/MOPS063.pdf.
- [7] K. Yanagida, et al., "Signal Processor for SPring-8 Linac BPM," Proc. of the 5th European Workshop on Diagnostics and Beam Instr., Grenoble France, May 2001, pp. 162-164, <http://accelconf.web.cern.ch/accelconf/d01/papers/PM02.pdf>.
- [8] K. Yanagida, et al., "Development of Six-Electrode BPM System in SPring-8 Linac", Proc. of the 9th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Osaka, August 2012, pp. 304-308, http://www.pasj.jp/web_publish/pasj9/proceedings/PDF/FRLR/FRLR10.pdf.
- [9] K. Yanagida, et al., "Design and Beam Test of Six-electrode BPMs for Second-order Moment Measurement", Proc. of the 26th Int. Linac Conf., Tel-Aviv Israel, Sept. 2012, pp. 464-466, <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/LINAC2012/papers/tup1b09.pdf>.
- [10] K. Yanagida, et al., "Third-Order Moment Effect of Beam Position Measurements", Proc. of the 10th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Nagoya, August 2013, pp. 197-201, http://www.pasj.jp/web_publish/pasj10/proceedings/PDF/MOOS/MOOS03.pdf.