

SuperKEKB における Turn by Turn モニターを用いた Head Tail Damping の解析と 横方向インピーダンスの評価

TRANSVERSE IMPEDANCE MEASUREMENT IN SUPERKEKB

黒尾奈未^{#, A)}, 大見和史^{B)}, 大西幸喜^{B)}, 飛山真理^{B)}, 末次祐介^{B)}, 三増俊広^{B)}, 周徳民^{B)}, 照井真司^{B)},
柴田恭^{B)}, 石橋拓弥^{B)}

Kuroo Nami^{#, A)}, Ohmi Kazuhito^{B)}, Ohnishi Yukiyo^{B)}, Tobiyama Makoto^{B)}, Suetsugu Yusuke^{B)},
Mimashi Toshihiro^{B)}, Demin Zhou^{B)}, Terui Shinji^{B)}, Shibata Kyo^{B)}, Ishibashi Takuya^{B)}

^{A)} University of Tsukuba

^{B)} KEK

Abstract

In High Energy Accelerator Research Organization, SuperKEKB project is progressing toward upgrade. This project aims improvement luminosity ($8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$) which is 40 times of the performance of the KEKB accelerator. In Phase 1 of SuperKEKB, a performance test as storage ring was carried out. Understanding of ring impedance/wake is an important subject in phase I. Measurement of head tail damping using Turn-by-Turn monitor was also performed to evaluate impedance/wake. Betatron motion is excited by kicker and its damping is measured for several sets of bunch current and chromaticity in both HER and LER. The wake field was calculated from the decrement of betatron amplitude. We present the wake field which is cross-checked with tune shift based on the current dependence.

1. はじめに

SuperKEKB プロジェクトの第 1 段階である Phase 1 の運転は 2 月 1 日から 6 月 28 日まで行われた。この段階では衝突点は設置せず、蓄積リングとしてのパフォーマンステストが行われた。その中で、インピーダンスの評価、オプティクススタディ、真空焼き、高電流での運転に起因する問題点の発見と対策は重要な課題であった。Phase 2 は 2018 年以降の 5 か月間が予定されている。Phase 2 は KEKB 加速器の時のルミノシティ $\sim 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ まで到達させることを目的としている。

Wake/impedance の理解は近年の大強度加速器の設計においては重要な問題である。Wake によって引き起こされる不安定性は加速器の性能を制限する[1]。逆に Wake によって引き起こされる Head Tail Damping は不安定性を抑制するために使われることがある。Phase 1 では、Wake を評価する為に電流依存のチューンシフト測定と Turn by Turn(TbT)モニターを用いた Head Tail Damping の解析が行われた[2]。

2. ベータatronチューンシフト

ベータatronチューンシフトは以下の式のように表される。

$$2\pi\Delta\nu = -i \frac{Nr_e}{4\sqrt{\pi}\gamma} \frac{c\beta}{\sigma} Z_{eff} \quad (1)$$

$$Z_{eff} = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}c} \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega) e^{-\frac{i(\omega-\omega_\xi)^2 \sigma^2}{c^2}} d\omega \quad (2)$$

Z_{eff} はダイポールモーメントの effective impedance であり、 β は $\beta \sim \frac{L}{2\pi v} \sim 11m$ の平均ベータである。 $\Delta\nu$ の実部と虚部はそれぞれチューンシフト、振動の増幅・減衰を表している。その為、チューンシフトと Head Tail Damping の測定をすることで Effective impedance/wake を評価する事ができる。Wake/impedance は Table 1 のパラメータを用いて計算する。

Table 1: SuperKEKB Parameters

	LER	HER
Circumference, L (m)	3016.315	
Energy, E (GeV)	4.0	7.0
Bunch population, N (10^{10})	9.04	6.53
Bunch length(mm)	6.0	5
Tune, ν_x/ν_y	44.53/46.57	45.53/43.57
Synchrotron tune ν_s	0.022	0.024

3. 実験

3.1 Head Tail Damping

TbT モニターを用いた測定は LER と HER の水平方向・垂直方向ともに行われた。バンチをキッカーによって蹴り、バンチ電流(I)とクロマチシティ(ξ)を変えてベータatron振動の減衰を測定した。Figure 1 はクロマチシティ 3.1 の時の電流ごとの減衰を示しており、Figure 2 は電流が 0.5 mA の時のクロマチシティごとの減衰を示している。Figure 1 と Figure 2 から電流、クロマチシティが増加するごとに減衰が速くなっていることが分かる。

[#] s1620226@u.tsukuba.ac.jp

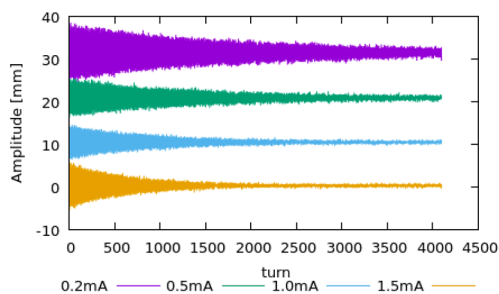


Figure 1: Horizontal amplitude data in LER. The center of oscillation was shifted and plotted. As the current increases, damping becomes faster.

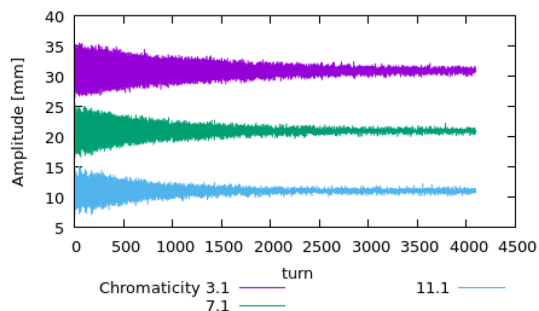


Figure 2: Horizontal amplitude data in LER. The center of oscillation was shifted and plotted. As the chromaticity increases, damping becomes faster.

1つのモニターから得られるベータトロン振動のデータは4096ターンであり、これを256ターンごとに高速フーリエ変換(FFT)する。得られた16個の振幅データを $\exp(-T_0 \text{turn}/\tau)$ で fit して減衰率 T_0/τ を出す。ここで T_0 と τ はそれぞれ revolution time と damping time である。Figure 3 はベータトロン振動の FFT 結果である。

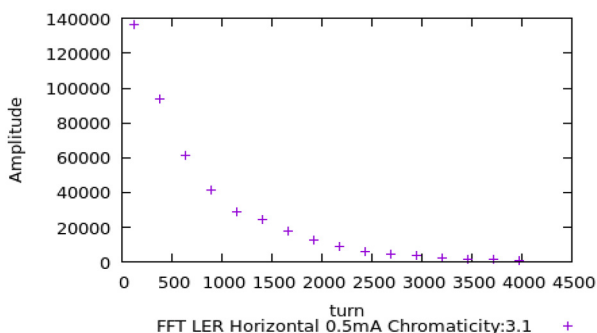


Figure 3: Evolution of FFT amplitude of the betatron oscillation data where current is 0.5 mA and chromaticity is 3.1.

Figure 4-7 は LER と HER における水平方向・垂直方向の減衰率を示している。x 軸は電流とクロマティシティの積であり、y 軸は 1 周あたりの減衰率 (T_0/τ) である。プロット点の色の違いはクロマティシティの違いを表している。電流、クロマティシティが大きくなるほど減衰が速くなるのがわかる。

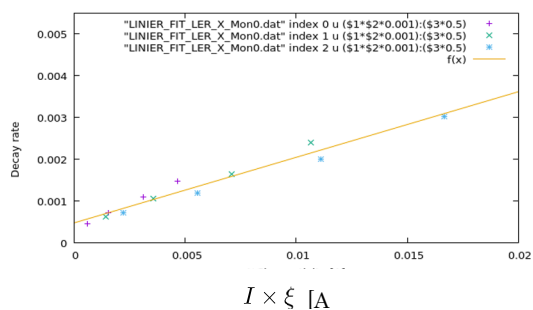


Figure 4: Horizontal damping rate as function of current-chromaticity product in LER.

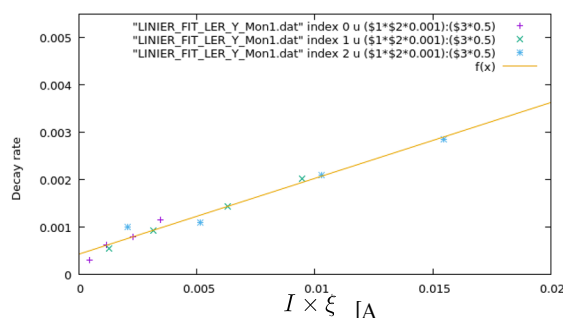


Figure 5: Vertical damping rate as function of current-chromaticity product in LER.

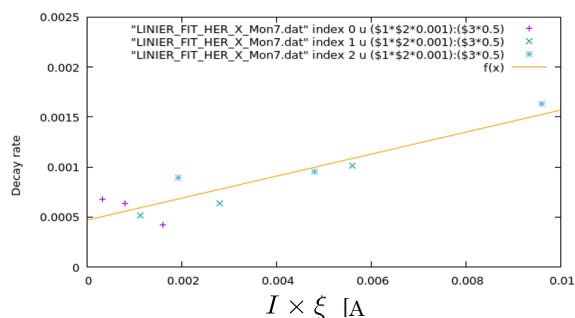


Figure 6: Horizontal damping rate as function of current-chromaticity product in HER.

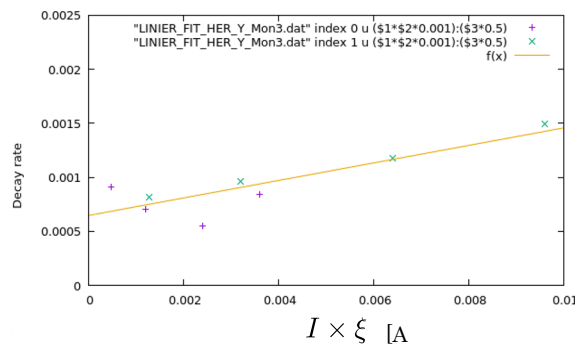


Figure 7: Vertical damping rate as function of current-chromaticity product in HER.

プロットは以下の関数で fit した。Table 2 に傾き(a)と切片(b)を示す。

$$\frac{T_0}{\tau} = aI\xi + b.$$

Table 2: Margin Specifications

Ring		a/[A]	b
LER	Horizontal	0.157	4.79×10^{-4}
LER	Vertical	0.160	4.32×10^{-4}
HER	Horizontal	0.110	4.70×10^{-4}
HER	Vertical	0.081	6.48×10^{-4}

3.2 Tune Shift

チューンは LER と HER とともにバンチ電流を変えて測定された。Figure 8 と 9 はバンチ電流の関数としてのチューンを示している。プロット点は以下の関数で fit した。

$$v = v'I + v_0.$$

傾き v' の単位は mA^{-1} であり、切片 v_0 と共に値を図中に記載してある。

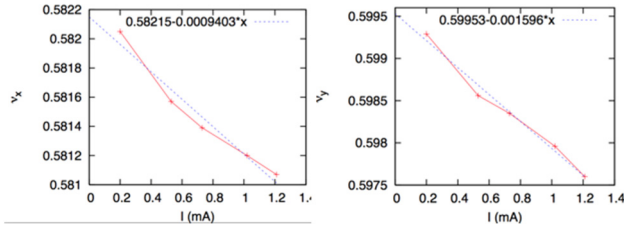


Figure 8: Horizontal (left) and vertical (right) tune shift for changing the bunch current in LER.

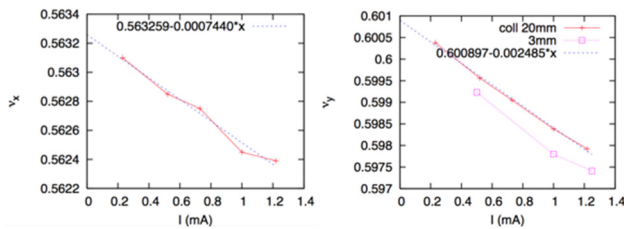


Figure 9: Horizontal (left) and vertical (right) tune shift for changing the bunch current in HER.

4. 解析

Effective Impedance の実部と虚部は式(1)を用いてチューンシフトと Head Tail Damping の減衰率から求まる。実部はクロマティシティで除してある。Table 3 に effective impedance を示す。今回は impedance/wake のモデルとして broad band resonator (Q=1)を仮定する。

$$W_m(z) = W \frac{\omega_R}{\omega} e^{\frac{\alpha z}{c}} \sin \frac{\bar{\omega} z}{c} \quad (3)$$

$$Z(\omega) = \frac{WQ/\omega}{1 + iQ \left(\frac{\omega_R}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_R} \right)} \quad (4)$$

Wake の強さ(W)と resonator frequency (ω_R) は effective impedance の実部と虚部から計算される。

式(1)の虚部 $\text{Im}[\Delta v] = T_0/(2\pi\tau)$ は $Z(-\omega) = -Z^*(\omega)$ よりクロマティシティが 0 の時 0 になる。 $\text{Im}[\Delta v]$ は $\omega_R \sigma_z/c > 1$ であり $\omega_\xi \ll \omega_R$ の時クロマティシティに対して線形である。また $\text{Re}[\Delta v]$ はクロマティシティによらない。IW に対して線形なチューンシフトは以下のような式で表される。

$$\begin{aligned} & (\text{Re}[\Delta v] + i\text{Im}[\Delta v]) \\ & \approx \frac{Lr_e\beta_x}{8\pi^{3/2}e\gamma c} (IW \times A(\omega_R) + iIW\xi \times B(\omega_R)). \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\text{Im}[\Delta v]/\xi}{\text{Re}[\Delta v]} = \frac{B(\omega_R)}{A(\omega_R)} \quad (6)$$

ここで、 $A=\text{Im}[Z_{\text{eff}}]/W$, $B=-\text{Re}[Z_{\text{eff}}]/(W\xi)$ とする。Figure 10 は ω_R の関数としての B/A と B を示している。W と ω_R は式(5)と(6)によって計算される。A と B の比から ω_R が得られ(式(6))、得られた ω_R を用いて W が計算される。

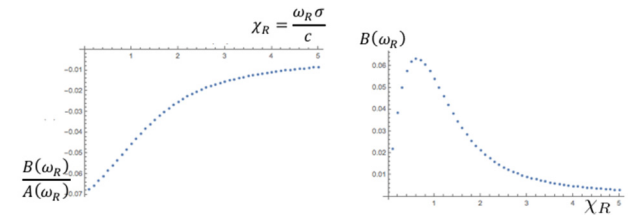


Figure 10: B/A and B as function of ω_R for broad band resonator model.

Impedance によるバンチ電流の threshold を LER の horizontal に置いて 2 つの方法で求めた。1 つはトラッキングシミュレーションでもう一つは固有モードを求めた。Figure 11 は電流に対するチューンの変化であり、Figure 12 は電流におけるシンクロベータ振動の増幅率を示している。それぞれ式(7)の固有値問題を解いて得られた結果である。この結果から、バンチ電流の threshold は約 9 mA であることがわかる。

$$(\mu - m\mu_x - l\mu_z)a_{kl} = \sum_{k'l'} M_{kl,k'l'} a_{k'l'} \quad (7)$$

$$M_{kl,k'l'} = \frac{Nr_0}{2\gamma} \beta_x i^{l-l'-1} \omega_0 \int Z(\omega') e^{\omega^2 \sigma^2 / c^2} d\omega$$

ただし $\mu = 2\pi\nu$ とする。

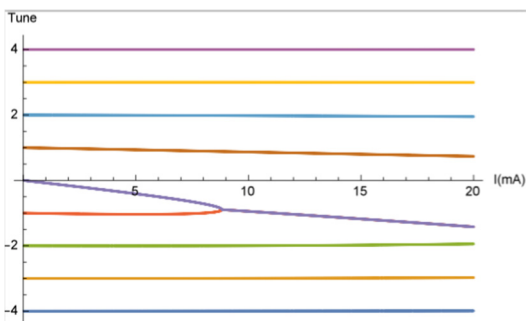


Figure 11: Eigen mode in LER horizontal.

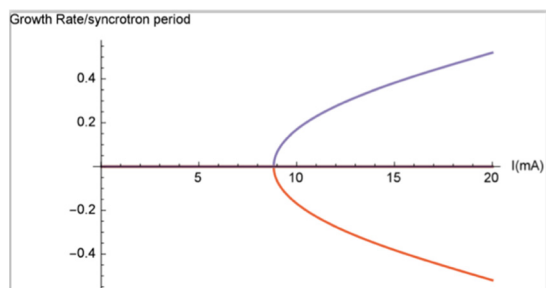


Figure 12: Threshold of bunch current in LER horizontal.

ビーム粒子のトラッキングを

$$\Delta p_x = -\frac{Nr_e}{\gamma} \int_z^\infty W_x(z-z') \rho_x(z') dz'$$

を数値的に計算することで、不安定性のシミュレーションを行った。Figure 13 はシミュレーションの結果である。バンチ電流の threshold は 11 mA であることがわかる。

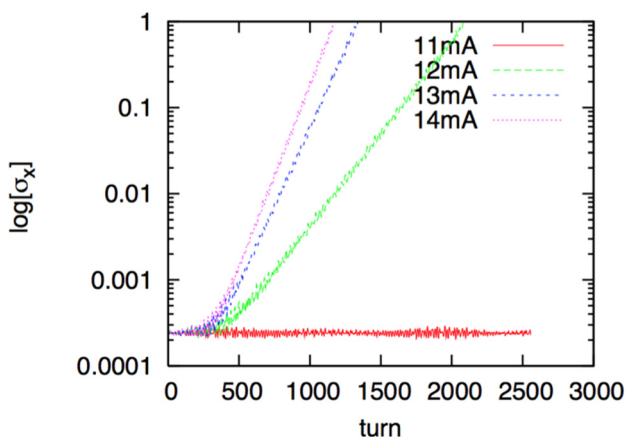


Figure 13: Tracking simulation in LER horizontal.

5. 結論

SuperKEKB プロジェクトの phase 1 ではベータatron振動の減衰率とチューンシフトが測定された。

このデータを用いて横方向 effective impedance が評価された。Broad band resonator モデルを用いて得られた解析結果は Table 3 に示してある。ここで Z の単位は s/m^2 である。また Effective impedance は電磁場を解くことによって要素ごとに推定され、例えば LER 水平方向では $2.17 \times 10^{-6} s/m^2$ であった。

チューンシフトは $I=1mA$ の時に約 0.001 であり、シンクロトロンチューンは 0.025 である。Wake を用いた粒子トラッキングシミュレーション、固有モードによって、LER 水平不安定性に関する電流の threshold は設計値の約 10 倍であることがわかった。垂直方向、HER についても同様の解析を行っている。今後の衝突実験ではコリメータがビームの近くに設置される為、wake/impedance が増加するが threshold を超えないように設計・設置することになっている。

Table 3: Impedance and Wake in SuperKEKB Phase 1 Commissioning

Ring	$\text{Re}[Z_{\text{eff}}]/\xi$	$\text{Im}[Z_{\text{eff}}]$	$W[m^2]$	$\omega_R \sigma/c$
LER H	9.0×10^{-8}	3.4×10^{-6}	2.5 $\times 10^5$	1.5
LER V	9.1×10^{-8}	5.7×10^{-6}	8.7 $\times 10^5$	2.8
HER H	9.2×10^{-8}	3.9×10^{-6}	4.7 $\times 10^5$	1.8
HER V	6.8×10^{-8}	1.3×10^{-5}	2.1 $\times 10^6$	5.0

参考文献

- [1] A.W. Chao, Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators (Wiley-Interscience Publication, New York, 1993), and references therein.
- [2] T. Ieiri *et al.*, "Impedance measurements in the KEKB", in *Proc. EPAC'00*, Vienna, Austria, Jun. 2000, pp. 1423-1426.