

誘電体導波管を用いた GeV スケール極短バンチ測定のためのテラヘルツ・デフレクター

TERAHERTZ DEFLECTOR USING DIELECTRIC WAVEGUIDE FOR ULTRA-SHORT BUNCH MEASUREMENT IN GEV SCALE

森紳悟 *A)、吉田光宏 A)

Shingo Mori*^{A)}, Mitsuhiro Yoshida^{†A)}

^{A)}KEK, Tsukuba, Japan

Abstract

With the progress in the generation of high-energy and multi-cycle THz pulses, the acceleration and manipulation of high-energy electron beams by electromagnetic fields in the THz band are expected to be developed. In preparation for the use of a dielectric-loaded waveguide (DLW) as a deflector in the THz band, analytical solutions for the shunt impedance and group velocity of deflecting mode are calculated. By calculating the contribution of self-wakefield by adding up the higher-order modes, we investigate the effect of the wakefield in the DLW for very short bunches of a few fs. A DLW with design frequency of 0.2 THz has been constructed and tested for bunch length measurements as a Passive Streaker in the C sector in KEK linac. The correlation between the bunch length and the kick angle is observed.

1. INTRODUCTION

電子ビームの極短バンチ化は、ピーク電流値を上げるためや、横方向のウェイク場を抑制するために検討されている。時間方向のバンチ構造の計測には、様々な手法があり、遷移放射や、ストリークカメラが利用されてきたが、1ps 以下のバンチを測定することは難しい。

KEK 入射器では、アーク部での R_{56} と分散を利用して、数 ps(FWHM) までバンチ圧縮を行っている [1]。それにより、C セクター以降の加速管でのウェイク場と分散の影響を抑制して、SuperKEKB のエミッタンス増大の抑制を行っている。また、XFEL 施設でも、バンチ圧縮によりピーク電流を上げることでゲイン長を短くして、より時間分解能の高い放射光を出すことが可能となる。現在、東大にて計画されているアト秒のパルス幅の X 線 FEL 施設 [2] では、約 2.3 [GeV] の電子ビームを THz 加速管を用いてバンチ長 1.5 [fs] 程度まで圧縮する方式が検討されている。

極短バンチに対する、バンチ圧縮、バンチ構造の解析などは、必要なエネルギー密度が高いため、高い振動数の RF が求められる。そのため、THz 帯、sub-THz 帯の周波数の利用が盛んに検討されてきた。THz 帯を利用したデフレクターについて、ビームローディングを利用した Passive 方式 [3] と、外部の THz 源からフィードする Active 方式 [4] がある。いずれの手法でも分解能は、ビームのエネルギーに対するデフレクターで加える横方向の運動量に依存する。ウェイク場の強度はバンチ電荷に比例するため、低エネルギー、高いバンチ電荷では前者の手法では分解能を高くできる可能性がある。それに対して、数 GeV の高い電子バンチでかつ数 [fs] 以下の極短バンチに対しては外部から高エネルギーの THz パルスによって偏向モードを励振することが必要となる。

現在では、進行波管に利用できるマルチサイクル、高エネルギーの THz 源は 0.6 [mJ] まで実証されている [5]。

本研究では、誘電体装荷型導波管 (DLW) を利用したテラヘルツデフレクターの設計と、自己ウェイク場の測定精度に与える影響について議論した。また、今回製作した DLW を KEK 入射器の C セクターに試験的に導入して、数 [nC] の電子バンチを通過させたときのバンチの軌道変化を測定した。Sec. 2 では、DLW を利用した THz デフレクターの設計と製作について示す。Sec. 3 では、DLW 内での自己ウェイクの計算手法と、DLW を使った Active 方式での極短バンチのバンチ長測定の際のウェイク場の効果について議論した。Sec. 4 では、製作した DLW を利用した Passive 方式のバンチ長測定の実験について紹介する。Sec. 5 で、結論と将来計画について述べる。

2. DESIGN OF THE DLW FOR THZ DEFLECTOR

誘電体装荷型導波管 (DLW) は、金属導波管の内部に誘電体層を導入したものである。特に、長さ L_d 、内径 $2a$ の真空領域と、内径 $2a$ 、外径 $2b$ の比誘電率 ϵ_r の誘電体領域、その外側を金属で覆われたものを指す。DLW 内での Helmholtz 方程式と、誘電体界面での境界条件から TEM_{nm} モードの周波数は Eq. (7) の分散関係 $f_{\text{disp}}^{(n)} = 0$ を満たす m 番目の解として得られる。

表 1 に上の分散関係を用いて計算した、石英 $\epsilon_r = 3.75$ の真空領域の半径 $a = 0.5, 0.4, 0.3$ [mm] に対する偏向モードの周波数を示した。 $r_{ab} = a/b$ である。また、それぞれの寸法に対して、横方向のシャントインピーダンス $Z_{\perp} = V_{\perp}^2 / (P_z L_d)$ と正規化群速度 v_c/c を、伝搬モードの解析解から導かれる以下の式を使って計算した。ここでは、誘電体層の誘電正接による電磁場の損失は無視している。 N_{cycle} は、 $L_d = 10$ [mm] の DLW 中で電子ビームに対して常に電界を作用させるために必要なパルス長 (= サイクル数) を示す。これは、偏向モードの群速

* smori@post.kek.jp

† mitsuhiro.yoshida@kek.jp

Table 1: DLW を用いたビームホールの半径が $a = 0.5, 0.4, 0.3$ [mm] となる THz デフレクターの寸法を示す。エネルギー γ_b の電子ビームに対して、偏向モードの位相速度が同期するように形状を設計した。運転周波数は、それぞれ $f_0 = 200, 400, 600$ [GHz] である。偏向モードについての単位長さあたりの横方向のシャントインピーダンス Z_{\perp} と正規化群速度 $v_g^{(11)}/c$ は、Eq. (1) と Eq. (2) の計算式を使って求めた。 N_{cycle} は、管長 $L_d = 10$ [mm] の DLW 内でバンチにエネルギーを与え続けるために必要な最小のパルス数である。

γ_b	ϵ_r	a [mm]	r_{ab}	f_0 [GHz]	Z_{\perp} [M Ω /m]	$v_g^{(11)}/c$	N_{cycle}
		0.5	0.7613	200.2	0.37	0.565	5.13
10 ⁴	3.75	0.4	0.85978	400.04	0.25	0.702	5.66
		0.3	0.879845	600.025	0.34	0.74	7.03

度を使って、 $N_{\text{cycle}} = f \left(\frac{L_d}{v_g} - \frac{L_d}{v_b} \right)$ として計算できる。

$$v_g/c = 2 \left[\gamma_p^4 \Lambda_{p1} + \left(\frac{1}{\sqrt{\beta_p^2 \epsilon_r - 1}} \right)^4 \Lambda_{p2} \right] \left[\gamma_p^2 \Lambda_{u1}^n + \left(\frac{1}{\sqrt{\beta_p^2 \epsilon_r - 1}} \right)^2 \Lambda_{u2}^n \right]^{-1}, \quad (1)$$

$$Z_{\perp} L_d = \frac{Z_0}{4} (k_0 L_d)^2 \frac{1}{\gamma_p^2 \beta_p^2} \left[\gamma_p^4 \Lambda_{p1}^n + \frac{1}{(\beta_p^2 \epsilon_r - 1)^2} \Lambda_{p2}^n \right]. \quad (2)$$

上の式中の式の定義は Appendix に示してある。

一般に、RF デフレクターのバンチ長の分解能 $\Delta\zeta$ は次のように書くことができる。

$$\Delta\zeta > \frac{cp}{eV_{\perp} k_b} \frac{\epsilon_x}{x_{\text{rms}}(s_0) \sin(\Delta\psi_x)}, \quad (3)$$

ここで、 cp は入射するバンチの運動量、 eV_{\perp} はデフレクターが与える横運動量変化、 $k_b = k_0/\beta_b$ 、 β_b は電子の光速で規格化した速度である。電子ビームの光学から、 ϵ_x は、水平方向の幾何学的エミッタンス、 $x_{\text{rms}}(s_0)$ はデフレクター入り口における電子ビームの水平方向の rms サイズ、 $\Delta\psi_x$ はビームの水平方向の位相変化量である。これと、表 1 のシャントインピーダンスを使うことで、DLW を使った THz デフレクターの分解能を次のように計算することができる。

Fig. 1 から、1 [fs] の時間分解能を得るためには、8 [GeV] のビームに対しては 1 [mJ] 程度のエネルギーの THz パルスが必要であり、2.3 [GeV] のビームに対しては、0.1 [mJ] 程度で良いことがわかる。ここでは、 $N_{\text{cycle}} = 10$ としたパルス長とパルスエネルギー E_{THz} から電力を計算して、シャントインピーダンス Z_{\perp} と合わせて偏向モードの電界を見積もった。先行研究 [5] では、すでにパルスエネルギー 0.6 [mJ]、パルス長 200 [ps] 程度の THz パルスの生成に成功しているため、数 GeV の電子バンチに対して fs オーダーの精度を出せる THz 源はすでに存在していると言える。

TM₀₁ モードの伝搬モードが 200 [GHz] となる寸法で DLW を製作して、Fig. 2 のように側面に金コーティングを施した。

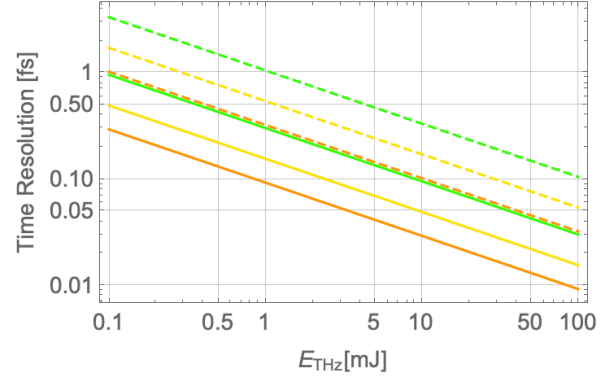


Figure 1: The time resolution of the THz deflector in terms of the pulse energy E_{THz} [mJ] = $(N_{\text{cycle}} V_{\perp}^2)/(f^{(11)} Z_{\perp} L_d)$ with the vacuum-hole size $a = 0.3, 0.4, 0.5$ [mm] as shown in Tab. 1 for the orange, yellow, and green lines, respectively. The solid and dashed lines denote the beam energy $cp = 2.3, 8$ [GeV], respectively. Here we assume $N_{\text{cycle}} = 10$, $L_d = 10$ [mm], and the beam size $x_{\text{rms}}(s_0) = a$.

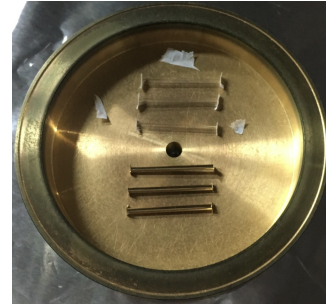


Figure 2: The Au coating to the DLW done at COI facility in KEK. The upper three tubes are before coating, while lower three tubes are after coating.

3. WAKEFIELD CALCULATION

DLW 内で電子バンチが自己ウェイクによって受ける横方向の運動量変化 $c\Delta p_{\perp}^{(eG)}(\tau)$ について議論する。電子バンチが DLW 内を通過するとき、バンチ内の電子と DLW が相互作用して電子が持っていたエネルギーを DLW 内のモードに受け渡す。そのため、電子バンチの先頭付近の電子は減速され、バンチの後方にいる電子は、自身よりも前方の電子が作ったウェイク場による運動量

の変化を受ける。

DLW 中での電場強度 $E_0^{(nm)}$ の TEM_{nm} -mode について、速度 v_b の電子が距離 δz 走る間に減速されるエネルギーとその区間のモードに溜まるエネルギーの釣り合いから、以下の式が得られる。

$$\delta z \frac{eE_z^{(nm)}(r_1)}{2} = \delta z \left(1 - \frac{v_g^{(nm)}}{v_b} \right) U^{(nm)}. \quad (4)$$

ここで、 $E_z^{(nm)}(r_1) \propto E_0^{(nm)}$ と $U^{(nm)} = (E_0^{(nm)})^2 \tilde{U}^{(nm)}$ を用いると、 $E_0^{(nm)}$ は電子の通過するオフセット r_1 の関数として求めることができる。

電子バンチ内の座標 $\tau = z/\sigma_z$ にある電子が、DLW 中での自己ウェイクによって受ける横方向の運動量変化は次のように計算できる。

$$c\Delta p_{\perp}^{(eG)}(\tau) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=1}^M c\Delta p_{\perp}^{(nm,eG)}(\tau). \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & c\Delta p_{\perp}^{(nm,eG)}(\tau_2) \\ &= -\frac{eQL_d}{2(1 - v_g^{(nm)}/v_b)\tilde{U}^{(nm)}} \\ & \quad \frac{1}{\gamma_b} F_e(\tau_2, k_z^{(nm)}\sigma_z) G_n(\alpha_1^{(nm)}\sigma_r, r_0/\sigma_r) \\ & \quad F_e(\tau_2, k_z^{(nm)}\sigma_z) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} d\tau \exp\left(-\frac{(\tau_2 + \tau)^2}{2}\right) \sin(k_z^{(nm)}\sigma_z\tau), \\ & \quad G_n(\alpha_1^{(nm)}\sigma_r, r_0/\sigma_r) \\ &= \int_0^{a/\sigma_r} d\varrho_1 \int_0^{a/\sigma_r} d\varrho_2 \varrho_1 \varrho_2 e^{-\frac{1}{2}(\varrho_1^2 + \varrho_2^2 + 2\varrho_1\varrho_2)} \\ & \quad I_n(\varrho_1\varrho_0) I_n(\varrho_2\varrho_0) I_n(\alpha_1^{(nm)}\sigma_r\varrho_1) I_n'(\alpha_1^{(nm)}\sigma_r\varrho_2), \end{aligned}$$

ここで、 F_e 、 G_n はそれぞれ、バンチの縦方向、横方向の分布の影響を表す構造因子である。上の表式では、縦方向、横方向が、それぞれ幅 σ_z 、 σ_r の幅を持ったガウシアン分布であることを仮定している。しかし、実際の実験では、伝搬の際の非線形効果によってガウシアンからずれた分布をしているため、他の分布関数に書き直すことも考えることができる。

Active 方式の THz デフレクターを考える場合、DLW 中で得られる電子バンチの蹴り角は、

$$\tan \theta = \frac{c\Delta p^{\text{THz}} + c\Delta p_{\perp}^{(eG)}(\tau)}{cp} \quad (6)$$

として与えられる。ここで、 $c\Delta p^{\text{THz}} \gg c\Delta p_{\perp}^{(eG)}(\tau)$ であれば、自己ウェイクの寄与は無視できる。そのための指標として、外部から与えた THz 電力による横運動量の変化 $c\Delta p^{\text{THz}}$ に対するウェイク場の効果 r_w を調べた。

$$r_w(\tau) = \frac{\Delta p_{\perp}^{(eG)}(\tau)}{\Delta p_{\perp}^{\text{RF}}(\tau)},$$

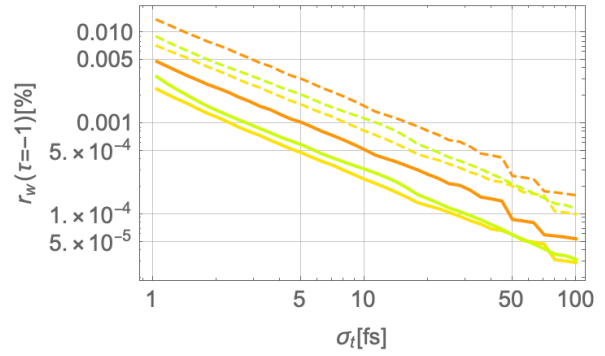


Figure 3: The fraction of the momentum kick from the wakefield to the one from the RF at the bunch tail $\tau = -1$ for $Q = 1$ [pC] in terms of . The orange lines denote the result of $a = 0.3$ [mm], and the yellow lines denote the result of $a = 0.4$ [mm], and the green lines denote the result of $a = 0.5$ [mm]. The solid lines denote the result of $r_0 = 0.1$ [mm], and the dashed lines denote the result of $r_0 = 0.2$ [mm].

Fig. 3 では、Table 1 に示した三種類の DLW の形状について、バンチ電荷 1 [pC] の場合のバンチ内座標 $\tau_2 = -1$ の位置の電子が受けるウェイク場の効果を示した。自己ウェイクの寄与は、バンチ電荷に比例するため、100 [pC] 程度のビームを考えても、自己ウェイクの影響は 1 % 程度にしかならず、無視できることが分かる。

4. TEST OF DLW AS PASSIVE DEFLECTOR IN KEK LINAC

KEK 入射器の C セクターでは、バンチ圧縮後のバンチ長を測定する手法が検討されてきた。ここで、前節で製作した石英管にビームを通過させることで、放射光、スクリーンモニタ、バンチの軌道などの情報からバンチ長が得るための試験を行っている。バンチ電荷が数 [nC] あるので、十分大きな自己ウェイク場が誘起されることが期待でき、DLW の中心軸に対してオフセットをつけてビームを入射することで自己ウェイクで横に蹴られる様子が観察できる。shot-by-shot でバンチの縦方向の構造を読み出すためには、文献 [3] で実証されているように、DLW の下流に置いたスクリーンでの測定結果からビームの縦方向の分布をフィッティングによって再構成する手法がある。本研究では、DLW を通過した際に受ける横方向の運動量変化によって生じるバンチの重心位置の軌道のズレを多数のバンチについて平均をとり、バンチ長を見積もることを目指す。DLW の上流 1.265 [m] と下流 11.322 [m] には、それぞれ BPM1(=SP_R0.63)、BPM2(=SP_C1.4) が設置してある。

DLW にできるだけ多くの電荷を通すためには、DLW の設置してある区間にてビームが 1) ビーム軸に平行であること、2) 水平・垂直方向の原点付近を通過すること、3) DLW の位置のデマルケストスクリーンで真円に近く、小さくなるようにビームを絞ることが必要となる。DLW の設置箇所がアーク部の直後であるため、ビームは水平方向に広がりやすく丸く絞ることは難しい。ビー

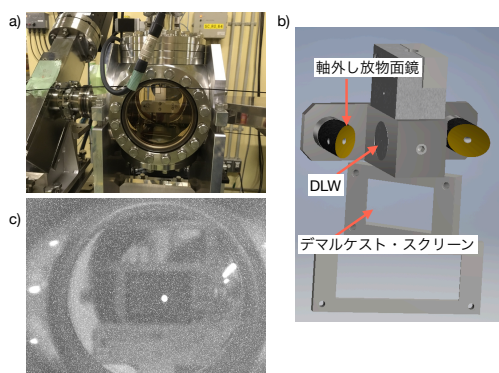


Figure 4: a) KEK 入射器の C セクターの SC_R0_63 の位置に設置してあるチャンパー内に DLW を設置した様子。DLW を吊り下げるように保持している装置は垂直方向、 y 軸回りの回転の制御がビーム運転中に可能。b) チャンパー内に設置した DLW のホルダーの 3次元図。DLW は SUS 製の円筒内部に設置してある。DLW の手前と奥には軸外し放物面鏡が置いてあり、ビームが DLW を通過した際に発生する放射を DLW と垂直な方向に反射することを目的としている。DLW の下部には、デマルケスト製スクリーンが設置してあり、ビーム調整の際に DLW の位置でのビームサイズを見て周辺の 4 極磁石を調整する。c) ビーム調整後のスクリーンの画像。ビームが水平、垂直方向ともに纏まっていることが分かる。

ム調整の手順としては、上記の条件を満たすようにアークの上流、下流の 2 極、4 極磁石を調整する。その後、DLW の位置を操作して、DLW を下ろして、ビームが最もよく通る角度まで回転させる。

Fig. 5 は、DLW の垂直方向の位置 y_{DLW} [mm] を変化させたときの透過した電荷量の割合を表す。また、アークセクター直前に設置してある加速管で、ゼロクロス位相にビームにエネルギーチャープをつけている。エネルギーチャープ h をつけた状態で、アークにビームを通すことで、バンチ圧縮を行っている。また、エネルギーチャープ h の大きさは、この加速管に投入する電力の大きさで制御する。今回の測定では、ビームと RF パルスが重ならないスタンバイ (STB) 状態、投入電力 $P = 4, 10, 38$ [MW] の 4 回の測定を行った。

Fig. 6 に BPM2 で測定したビームの座標と、DLW の高さの相関を誤差付きで載せる。ここで、誤差は BPM2 で測定の統計誤差の 1σ の領域を表す。今回の実験では、各 DLW の高さ ($y(DLW)$) について、12.5Hz 運転で 2 分程度測定を行った。

Fig. 7 は、Fig. 6 のデータを、透過電流が最大となる DLW 中心とビーム中心が合った点からのズレとして表示したものである。横軸は、Fig. 5 のピーク位置での DLW の高さが原点となるように、座標を変更した。縦軸は、Fig. 5 のピーク位置での BPM2 の測定値が原点となるように座標系をシフトした後、各データを BPM1 で測定した電荷量 [nC] で割ったプロットである。これは、自己ウェイクの強さがバンチ電荷に比例するため、各エネルギーチャープでのバンチ電荷の違いによらず、蹴り角を比較するためである。結果として、ゼロクロス位相に合わせた加速管の投入電力と蹴り角の間に相関が見ら

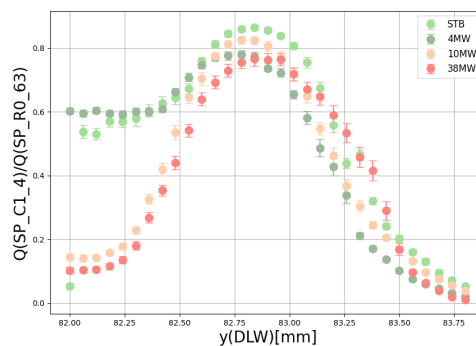


Figure 5: The fraction of translated charge.

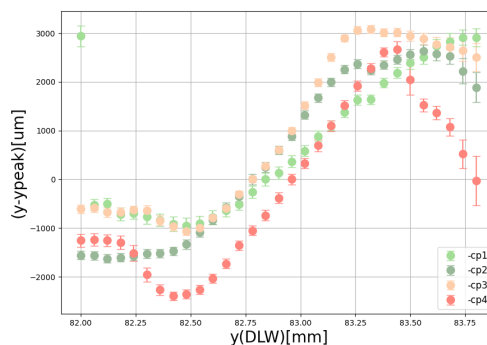


Figure 6: The measured vertical position.

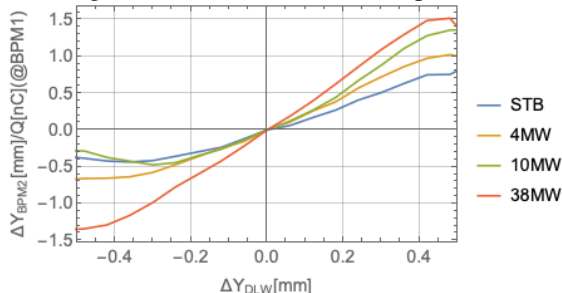


Figure 7: The shifted and normalized vertical position.

れることがわかった。

5. DISCUSSION AND CONCLUSION

高エネルギーかつマルチサイクル THz パルスの生成技術の進展に伴い、THz による高エネルギー電子ビームの加速、操作技術の開発が期待される。誘電体装荷型進行波管と THz 帯を扱う実験の準備として、偏向モードのシャントインピーダンスや群速度の解析解を計算した。ビームローディングに起因するウェイク場について、高次モードの足し上げによって自己ウェイクの寄与を計算した。DLW 型の 0.2THz 進行波管を作成して、KEK 入射器の C セクターで、Passive Streaker としてバンチ長の測定試験を行った。今回はスクリーンでの測定については解析を行わず、より簡単に上流と下流の BPM の測定結果からバンチ長と相関を読み取ることを検討した。その結果、バンチの圧縮率と DLW 中でのバンチの蹴り

Table 2: Amount of charge before transmission and maximum transmission when the beam of the KEK injector is passed through a DLW with a beam hole radius of $a = 0.5$ [mm].

圧縮率の設定	STB	4 [MW]	10 [MW]	38 [MW]
電荷 (BPM1) [nC]	2.173	2.314	2.257	1.755
最大透過率 (BPM2) [%]	86.0	77.6	81.2	76.2

角との間に相関が見られた。

今後は、DLW 中での自己ウェイクについての解析計算と、実験によって得られた自己ウェイク由来の蹴り角を比較することで、バンチ長の情報を得ることを目指す。今回の測定データをさらに解析して、スクリーンモニタの実験データからバンチ内構造の再構成手法や、非線形を取り入れた光学計算によるバンチ構造の解析を行う。また、今後予定している実験として、DLW からの放射光を分光して電子バンチと同期する周波数を測定することで、200 [GHz] での石英の比誘電率の測定も行う。また 2beam 方式での試験として、S-band 3 波長分の時間をずらして、後続バンチを入射することで、1 バンチ目が生成したウェイク場で後続バンチを加速する試験も行う。

ACKNOWLEDGEMENTS

この研究にあたり三菱電機サービスの熊野氏、豊富氏には、DLW にビームを通すためのビーム調整にご協力頂いた。

APPENDICES

$$\begin{aligned}
 & f_{\text{disp}}^{(n)}(k_0, k_z, a, r_{ab}, \epsilon_r) \\
 &= \frac{k_0^2}{n^2 k_z^2} \left[\frac{I_n(u)}{u^2} + \frac{1}{v^2} (B_{21} J_n(v) + B_{31} Y_n(v)) \right]^{-1} \\
 & \left[\frac{I'_n(u)}{u} + \frac{\epsilon_r}{v} (A_{21} J'_n(v) + A_{31} Y'_n(v)) \right] \\
 & - \left[\frac{I_n(u)}{u^2} + \frac{1}{v^2} (A_{21} J_n(v) + A_{31} Y_n(v)) \right] \\
 & \left[\frac{I'_n(u)}{u} + \frac{1}{v} (B_{21} J'_n(v) + B_{31} Y'_n(v)) \right]^{-1}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$A_2 = \frac{I_n(u)Y_n(w)}{J_n(v)Y_n(w) - J_n(w)Y_n(v)} A_1 \equiv A_{21} A_1, \quad (8)$$

$$B_2 = \frac{I_n(u)Y'_n(w)}{J_n(v)Y'_n(w) - J'_n(w)Y_n(v)} B_1 \equiv B_{21} B_1, \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{B_1}{A_1} &= -\frac{nk_z}{\omega\mu_0} \left[\frac{I_n(u)}{u^2} + \frac{1}{v^2} (A_{21} J_n(v) + A_{31} Y_n(v)) \right] \\
 & \left[\frac{I'_n(u)}{u} + \frac{1}{v} (B_{21} J'_n(v) + B_{31} Y'_n(v)) \right]^{-1} \quad (10)
 \end{aligned}$$

である。ここで、真空領域での減衰定数 $\alpha_1 = \sqrt{k_z^2 - k_0^2}$ と誘電体領域での伝搬定数 $k_2 = \sqrt{\epsilon_r k_0^2 - k_z^2}$ を使って、無次元量 $u = \alpha_1 a$, $v = k_2 a$, $w = k_2 b$ を定義した。ま

た、 $k_0 = \omega/c$, $k_z = k_0/\sqrt{1 - 1/\gamma_p^2}$, $\gamma_p = 1/\sqrt{1 - \beta_p^2}$ である。

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{u1}^n &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^u d\lambda_1 \lambda_1 \left[(c_n^2 + r_\eta^2 s_n^2) I_n^2(\lambda_1) \right. \\
 & + \gamma_p^2 \left(c_n^2 (R_n^2(\lambda_1, 1, \beta_p r_\eta) + R_n^2(\lambda_1, \beta_p, r_\eta)) \right. \\
 & \left. \left. + s_n^2 (R_n^2(\lambda_1, \beta_p r_\eta, 1) + R_n^2(\lambda_1, r_\eta, \beta_p)) \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{u2}^n &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_v^w d\lambda_2 \lambda_2 \left[(\epsilon_r c_n^2 C_n^2(\lambda_2) + r_\eta^2 s_n^2 D_n^2(\lambda_2)) \right. \\
 & + \frac{1}{\epsilon_r \beta_p^2 - 1} \left(c_n^2 (\epsilon_r R_{2n}^2(\lambda_2, 1, \beta_p r_\eta) \right. \\
 & + R_{2n}^2(\lambda_2, \epsilon_r \beta_p, r_\eta)) \\
 & \left. \left. + s_n^2 (\epsilon_r \bar{R}_{2n}^2(\lambda_2, \beta_p r_\eta, 1) + \bar{R}_{2n}^2(\lambda_2, r_\eta, \epsilon_r \beta_p)) \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{p1}^n &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^u d\lambda_1 \lambda_1 \left[c_n^2 R_n(\lambda_1, 1, \beta_p r_\eta) \right. \\
 & \left. R_n(\lambda_1, \beta_p, r_\eta) + s_n^2 R_n(\lambda_1, \beta_p r_\eta, 1) R_n(\lambda_1, r_\eta, \beta_p) \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{p2}^n &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^u d\lambda_2 \lambda_2 \left[c_n^2 R_{2n}(\lambda_2, 1, \beta_p r_\eta) \right. \\
 & R_{2n}(\lambda_2, \epsilon_r \beta_p, r_\eta) + s_n^2 \bar{R}_{2n}(\lambda_2, \beta_p r_\eta, 1) \\
 & \left. \bar{R}_{2n}(\lambda_2, r_\eta, \epsilon_r \beta_p) \right].
 \end{aligned}$$

ここで、簡単のため、 $s_n = \sin(n\phi)$ 、 $c_n = \cos(n\phi)$ のように略記した。

参考文献

- [1] H. Sugimoto, M. Satoh, and M. Yoshida *et al.*, "Design study on kek injector linac upgrade for high-current and low-emittance beams", Proceedings of IPAC2012, New Orleans, Louisiana, USA, pp1206-1208.
- [2] Attosecond laser facility, 2017.; <http://www.alfa-coast.org>
- [3] S Bettoni, P Craievich, AA Lutman, and M Pedrozzi. "Temporal profile measurements of relativistic electron bunch based on wakefield generation", *Physical Review Accelerators and Beams*, 19(2):021304, 2016.
- [4] Lingrong Zhao, Zhe Wang, Heng Tang, Rui Wang, Yun Cheng, Chao Lu, Tao Jiang, Pengfei Zhu, Long Hu, Wei Song *et al.*, "Terahertz oscilloscope for recording time information of ultrashort electron beams", *Physical review letters*, 122(14):144801, 2019.
- [5] Spencer W Jolly, Nicholas H Matlis, Frederike Ahr, Vincent Leroux, Timo Eichner, Anne-Laure Calendron, Hideki Ishizuki, Takunori Taira, Franz X Kärtner, and Andreas R

PASJ2020 HGKP02

Maier. "Spectral phase control of interfering chirped pulses for high-energy narrowband terahertz generation", *Nature communications*, 10(1):1–8, 2019.