

# 軌道偏心加速器における磁極形状設計手法の開発

## DEVELOPMENT OF MAGNET DESIGN METHOD FOR COTANGENTIAL TRAJECTORY ACCELERATOR

西田 賢人<sup>#,A)</sup>, 堀 知新<sup>A)</sup>, 青木 孝道<sup>A)</sup>, 羽江 隆光<sup>A)</sup>  
Kento Nishida<sup>#,A)</sup>, Chishin Hori<sup>A)</sup>, Takamichi Aoki<sup>A)</sup>, Takamitsu Hae<sup>A)</sup>  
<sup>A)</sup> Hitachi, Ltd.

### Abstract

We have been developing a new type of accelerator with cotangential orbits. The accelerator has a potential to achieve high dose rate and fast energy modulation in compact size. Main magnet of the accelerator is required to generate non-axisymmetric magnetic field due to its unique design orbits. We developed a magnet design method which can reproduce the given magnetic field accurately. It is demonstrated that the error rate of the reproduced magnetic field can be suppressed to a negligible level. We carried out particle tracking simulation and confirmed the stable orbit in the range of 70-225 MeV.

### 1. 緒言

現在、陽子線治療用加速器として用いられる代表的な加速器として、AVF サイクロトロン、シンクロサイクロトロン、シンクロトロンが挙げられる。AVF サイクロトロン及びシンクロサイクロトロンは、静磁場を用いるため、超伝導化による小型化が容易である一方、出射エネルギーが一定であるため、治療に用いる 70-225 MeV のビーム生成にはディグレダが必要となり、低エネルギー帯での大電流化が難しい。一方、シンクロトロンは可変エネルギー出射が可能であるが、動磁場を用いるため、超伝導化が難しく、大型である。そこで我々は、新概念の軌道偏心加速器を提案している。軌道偏心加速器の特徴は、1)主磁場が静磁場であるため、動磁場を用いるシンクロトロンと比較して、超伝導電磁石の適用による小型化が可能であり、2)偏心軌道の採用により可変エネルギー取出しが期待できることが挙げられる。

可変エネルギー取出しは、治療に必要な 70-225 MeV の粒子軌道を、ビームサイズと同等のサイズ程度に集約させ、高周波キッカ、ピーラ・リジェネレータ磁場を用いることで実現する[2]。可変エネルギー取出しに要求される偏心軌道の実現には、磁極の機械中心からみて、非軸対称な磁場分布が必要となる。このような磁場分布は、超伝導電磁石の磁極間のギャップ長に2次元的な分布をもたせることで生成することが考えられるが、要求される磁場分布を生成する磁極形状は自明でない。そこで、軌道偏心加速器に要求される磁場分布を生成可能な磁極形状決定手法の開発を本研究の目的とする。

空間対称性を仮定しない電磁石設計例として、実現すべき磁場分布から配置するコイル・磁性体位置を数値的に求める手法が、MRI 装置[3]や核融合装置[4]の磁場調整として適用されている。本研究では、上記手法を基本原理とした磁極形状解析、得られた磁極形状を反映するモデリング、及び、有限要素解析を組合せることで、軌道偏心加速器に要求される磁場分布を再現できる磁極形状設計手法を開発した。本稿では、開発手法

により、要求される磁場分布を再現する超伝導電磁石を磁気設計し、粒子トラッキングによって周回を確認した結果について述べる。

### 2. 軌道偏心加速器

#### 2.1 設計軌道と磁場分布

偏心軌道を実現するために要求される主磁場分布は先行研究[1]で定められた手法を用いて導出される。ここで導出された中間平面上の磁場分布を Fig. 1 に示している。イオン入射点位置を原点とし、原点では磁場強度は最大値である約 4 T とする。最大エネルギーの 235 MeV 軌道に向かって磁場は滑らかに減少する弱収束磁場となっている。

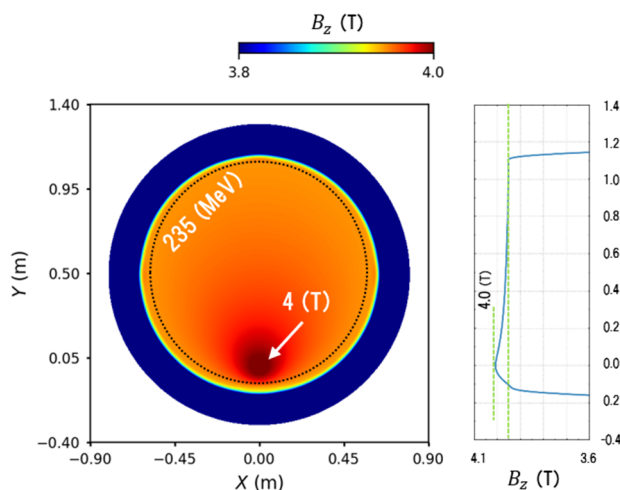


Figure 1: 2D-profile of the magnetic field of the cotangential trajectory accelerator and 1D-profile of that along y-axis.

<sup>#</sup> kento.nishida.fj@hitachi.com

## 2.2 解析対象とする超伝導電磁石

軌道偏心加速器における超伝導電磁石を対象とした解析の前提条件を Table 1 に示している。超伝導電磁石は、軌道偏心加速器に要求される磁場を生成する磁極部、継鉄部、取出し用ピーラ・リジェネレータ磁場生成用磁極、磁場調整装置と超伝導コイルからなる。本稿では、磁極、継鉄、超伝導コイルで構成したモデルを対象とする。

超伝導コイルの線材は Nb-Ti 線を用い、冷却は伝導冷却方式である。

Table 1: Specifications of the Main Magnet for Cotangential Trajectory Accelerator

No.	Item	Specification
1	Diameter of yoke	2.7 m
2	$B_z$ @ Injection point	~ 4 T
3	Superconducting Coil	Nb-Ti cable conduction cooling

## 3. 超伝導電磁石の磁気設計

### 3.1 磁気設計の流れ

Figure 2 に超伝導電磁石の磁気設計の流れを示す。磁気設計は次の 4 つの工程からなる。

#### (1) 電磁石の初期形状設定・背景磁場計算

超伝導電磁石を構成する磁極・継鉄形状、コイル位置、コイル電流等を設定し、生成する初期磁場分布(背景磁場分布)を計算する。この際、初期形状としては z 軸に対して回転対称の磁極形状を与えている。

#### (2) 磁極形状の導出

ここでは、(1)で設定した初期磁極形状と背景磁場分布を出発点として、微小鉄片要素を初期形状に付加・除去することによって目標磁場を達成する磁極形状を得ることを考える。まず、位置  $\mathbf{r}$  における目標とする磁場分布  $\mathbf{B}_{ideal}(\mathbf{r})$  と現在の電磁石形状が生成する磁場分布  $\mathbf{B}$  の差分  $\delta\mathbf{B}$  を計算し、3.2 節に後述する定式化に則り、微小鉄片要素を付加・除去する量を算出する。微小鉄片要素の付加・除去を反映し、更新した磁極形状が生成する磁場分布を計算し、目標磁場分布と比較する。計算した磁場分布と目標磁場分布の誤差が、設定した基準値以下となれば終了とし、そうでなければ上記の磁極形状の付加・除去、磁場計算を反復する。ここでの磁場分布計算は、磁極形状の変化分のみを高速に計算することを考え、微小鉄片要素が生成する磁場として 3.2 で後述する近似計算を用いる。

#### (3) モデリング/メッシュ生成

(2)起磁力配置解析で得た磁極形状情報を反映して、主電磁石磁極を 3D モデル化する。メッシュ生成には Ansys Mechanical[5]を用いた。

#### (4) 有限要素解析による磁場精度評価

生成した超伝導電磁石のメッシュを用いて、有限要素法により磁場解析し、目標磁場分布との比較により磁場再現精度を評価する。磁場精度が設定基準値以下である場合、終了する。磁場精度が目標未達であった場合、

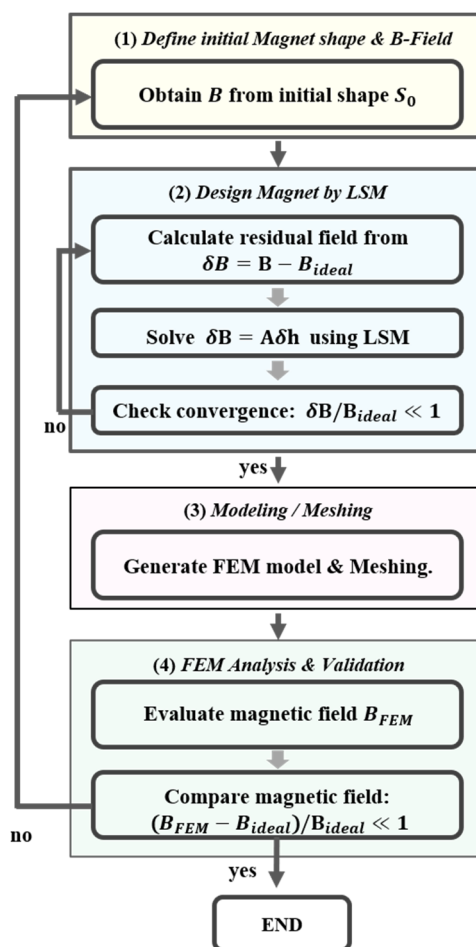


Figure 2: Analysis flow of the magnet design method for cotangential trajectory accelerator.

(2)で導出した磁極形状を(1)における初期磁極形状、(4)で計算した有限要素法による磁場計算結果を(1)の背景磁場分布として、(1)に戻る。有限要素法による磁場解析として、サイエンスソリューションズ社の EMSolution[6]を用いている。

### 3.2 最小二乗法による磁極形状の決定

以下に、磁極形状の決定手法を示す。先行研究[3-4]では予め配置された磁性材料・コイルがつくる磁場を、目標となる磁場分布へ調整する際に必要となる補正鉄量を逆問題解析によって求める手法が提案されている。これを磁極形状決定に適用する。まず、生成すべき磁場分布  $\mathbf{B}_{ideal}(\mathbf{r})$  を、任意の磁極形状が生成する背景磁場分布  $\mathbf{B}_{BG}(\mathbf{r})$  と、微小鉄片要素の付加・除去により生成する調整鉄片磁場分布  $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$  の重ね合わせで実現することを考える。これより、目標磁場分布  $\mathbf{B}_{ideal}(\mathbf{r})$  は

$$\mathbf{B}_{ideal}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_{BG}(\mathbf{r}) + \delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

と表せる。背景磁場分布  $\mathbf{B}_{BG}(\mathbf{r})$  は、設定した超伝導電磁石の初期形状が既知であるため、有限要素法により計算できる。残差である  $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$  は、初期磁極形状に微小体積の磁性材料を付加、または、除去することで、生成

することを考える。この際、磁性材料は超伝導電磁石がつくる磁場によって磁化飽和していると仮定し、一定の磁化モーメント  $\mathbf{M}$  をもつとする。位置  $\mathbf{r}'$  に存在する微小鉄片要素がつくる磁場を磁気モーメントがつくる磁場とし、これを  $\mathbf{r}'$  について体積積分することで、調整鉄片磁場分布は

$$\delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\frac{\mu}{4\pi} \int d^3r' \left[ \frac{\mathbf{M}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} - \frac{3(\mathbf{M} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}'))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^5} (\mathbf{r} - \mathbf{r}') \right] \quad (2)$$

と表すことができる。ここで、各微小鉄片要素からの寄与を  $N_p$  個の面積  $\Delta S$  の区画毎に離散化すれば、各位置における微小鉄片要素の高さ  $\delta h$  と  $N_B$  個の調整鉄片磁場分布  $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$  は感度行列  $A$  により結び付けることができる。これを表すと、

$$\delta\mathbf{B} = A\delta\mathbf{h} \quad (3)$$

となる。ここで、

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N_p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_B1} & a_{N_B2} & \dots & a_{N_BN_p} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\delta\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \delta b_1 \\ \delta b_2 \\ \vdots \\ \delta b_{N_B} \end{bmatrix}, \quad \delta\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \delta h_1 \\ \delta h_2 \\ \vdots \\ \delta h_{N_p} \end{bmatrix}$$

は、それぞれ  $N_B \times N_p$  の感度行列、調整鉄片磁場分布、及び、磁極変位ベクトルである。

ここで、一般に感度行列  $A$  は正方行列であるとは限らない。そのため、(3)式の残差が最小となる解を最小二乗法により解く。

$$\delta\mathbf{h} = A^+ \delta\mathbf{B} \quad (5)$$

ここで、 $A^+$  は  $A$  の Moore-Penrose の一般化逆行列である。ここで求めた  $\delta\mathbf{h}$  によって、初期磁極形状を更新する。

上記手法に加えて、磁極形状に平滑性をもたせるた

め、磁極高さ  $h$  に対して、高波数フィルタとして作用するラプラス方程式を(3)式と同時に解く。

$$\nabla^2 h = 0 \quad (6)$$

ラプラス方程式の左辺  $\nabla^2 h$  は平均曲率を意味するため、同時に解くことによって得られる解は、平均曲率を最小としつつ、(3)式を最小二乗誤差とする解となる。

## 4. 磁場解析および粒子計算結果

### 4.1 磁場解析

軌道偏心加速器に要求される磁場分布に対して、開発手法を適用し、最小二乗法による逆問題解析によって磁極形状を得た。これを用いて生成した有限要素解析用の最終メッシュを Fig. 3 に示している。

開発手法によって得た超伝導電磁石の磁場再現精度を評価するため、磁気設計した超伝導電磁石を有限要素法により、磁場解析し、目標とする磁場と比較した。この結果を Fig. 4 に示している。Figure 4(a)は、軌道偏心

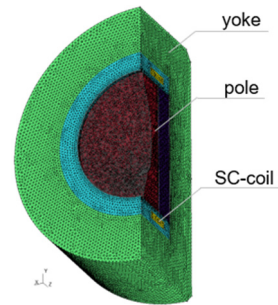


Figure 3: 3D mesh of the designed magnet. The mesh was generated using Ansys Mechanical.

加速器に要求される磁場分布、Fig. 4(b)は磁気設計した磁極形状を用いた有限要素解析結果を示している。Figure 4(a)(b) 両者の差分から誤差の分布を計算した結果を Fig. 4(c) に示している。Figure 4(a)(b) より、設計した超伝導電磁石がつくる磁場分布は、要求される磁場

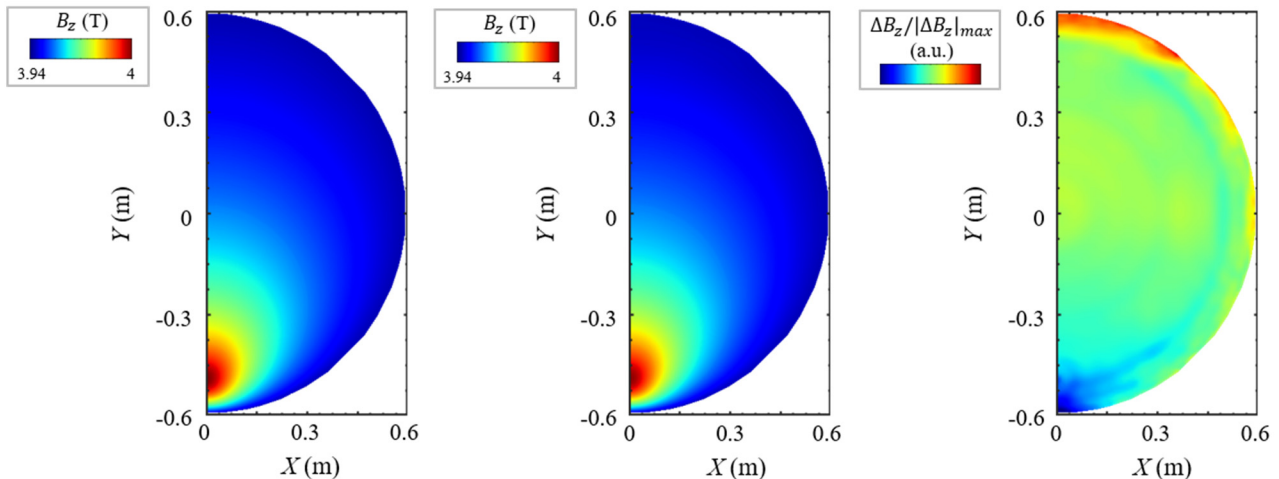


Figure 4: 2D profile of the magnetic field on the median-plane and its error after rearrangement of the magnetic pole. (a) Analytical magnetic field distribution. (b) The magnetic field calculated using EMSolution. (c) Difference between (a) and (b) normalized by the maximum value.

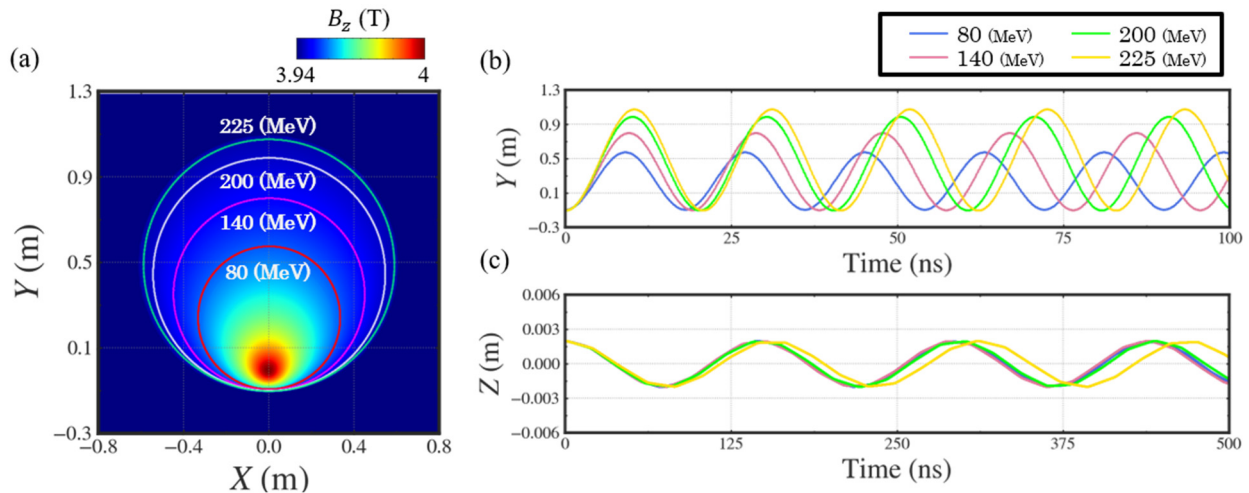


Figure 5: Tracking analysis in the 3D magnetic field. (a) Particle motion in XY-plane overlaid on the magnetic field  $B_z$ . Red, magenta, white and green line indicate the trajectory of 80 MeV, 140 MeV, 200 MeV and 225 MeV, respectively. Time evolution of (b) y-position and (c) z-position of each particle. Blue, magenta green and yellow line indicate the position of 80 MeV, 140 MeV, 200 MeV and 225 MeV, respectively.

分布と、全領域でよい一致が得られていることが示されている。Figure 4(c)をみると、誤差は端部に集中しやすいことがわかる。このため、誤差をより低減するためには、磁極形状解析時の分割を端部でより細かく設定する等といった対策が考えられる。

きる磁極形状を同定した。解析によって得られた設計解の磁場再現精度が十分であることを確認するため、有限要素法により解析した3次元磁場分布において、粒子トラッキング計算を実施し、陽子線治療に用いる 70-225 MeV までの全軌道で、粒子が安定に周回可能であることを確認した。

#### 4.2 粒子トラッキングによる安定周回の検証

4.1 節の解析によって得られた設計解の磁場再現精度が十分であることを確認するため、Fig. 4(b)に示した磁場分布を対象とし、粒子トラッキングを実施した。80, 140, 200, 225 MeV の各エネルギーを有する粒子を、中央平面上の各軌道y座標最小の位置から出発させ、運動方程式を数値的に積分することにより、各粒子が描く軌道を評価した。時間ステップとしては、 $\Delta t = 0.328$  ps を用いた。解析に用いた磁場分布は $\Delta x, \Delta y, \Delta z = 1$  mm の分解能を用い、データ間は線形補間する。Figure 5(a)には、電磁石設計によって得た中央平面における磁場分布と、各エネルギーの粒子軌道を示している。軌道偏心型加速器に要求される磁場分布を再構成した磁場分布上において、粒子は磁場強度の等高線に沿って円軌道を描いていることが確認できる。また、Fig. 5(b)(c)は、初期位置として中央平面からz方向に2 mm ずらした位置から粒子が出発した際の、y 方向、及び、z 方向の粒子位置の時間発展を示している。Figure 5(c)から、各粒子が 2 mm のz方向初期変位から、ベータatron振動することが示されている。以上より、有限要素解析により導出した3次元磁場分布上で、粒子が安定に周回することを確認した。

#### 参考文献

- [1] T. Aoki *et al.*, “Concept of Frequency Modulated variable-energy accelerator”, Proceedings of the 14th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Sapporo, Aug. 1-3, 2017, pp. 150-154.
- [2] T. Hae *et al.*, “Study on Slow Extraction System in Cotangential Trajectory Accelerator” Proceedings of the 16th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan, Kyoto, Japan, July 31 – Aug. 3, 2019, pp. 214-217.
- [3] M. Abe, Passive Shimming of MRI Static Magnetic Field Using Regularization of Truncated Singular Value Decomposition. Magn. Reson. Med. Sci. (2017), **16**, pp.284-296.
- [4] M. Abe, T. Nakayama, S. Okamura, K. Matsuoka, “A new technology to optimize the coil winding path for the arbitrarily distributed magnetic field and application to a helical confinement system”, Phys. Plasmas (2003) **10**, pp.1022–1033.
- [5] Ansys Mechanical website (<https://www.ansys.com/ja-jp/products/structures/ansys-mechanical>)
- [6] EMSolution website (<https://www.ssil.co.jp/product/EMSolution/ja/>)

## 5. 結言

本研究では、軌道偏心加速器に要求される磁場分布を生成可能な超伝導電磁石の設計手法を開発した。最小二乗法による逆問題解析を用いた磁極形状決定手法と有限要素解析を連成し、要求される磁場分布を再現で