

# バンチの傾きモニタの線形加速器への応用の検討

## BUNCH SLOPE MONITOR FOR LINAC

中村 剛<sup>#</sup>

Takeshi, NAKAMURA<sup>#</sup>

High Energy Accelerator Organization / J-PARC

### Abstract

We previously proposed bunch slope monitor for the time dependent position shift in a bunch. The monitor uses signals from usual beam position monitor electrodes and distinguish the signals from slope and the center-of-mass by their signal shape difference, with the circuits of a few GHz as the difference can be observed even in the low frequency. In this report, we discuss the application to stripline type BPMs, and propose new monitor circuits with BPF that simplify the circuits and adjustment.

### 1. はじめに

バンチ内での横方向位置の時間依存性による傾きを、一般に用いられているビーム位置モニタ電極の信号を用いて数 GHz の低周波領域の回路により測定する手法、およびそれによる傾きのフィードバックを提案している[1, 2]。前回の発表[1]ではボタン型電極の信号を用いて、その微分波形を用いることにより数 ns 間隔のバンチごとの測定が可能な手法を提案していたが、本発表では、線形加速器への応用として、線形加速器で多用されているストリップライン型電極への応用の検討、および、孤立バンチであることから時定数が長いバンドパスフィルタをもちいた簡便な手法を提案する。

上述のバンチの進行方向の傾き（以降、傾斜）は、蓄積リングでは横方向のビーム不安定性、線形加速器ではビーム軸のズレが発生する横方向ウェーク場によるキックなどにより生成され、ビームの損失や、実効的なビームサイズの増大を引き起こし、ビーム電流やビーム品質を制限する要素となっている。そのような現象の解析には、高精度、高速での計測は必須である。ところで、ビームの重心位置の測定では、ビーム位置モニタの電気信号を回路により処理することにより、バンチの重心位置を数ミクロンの精度で、かつ、数百 MHz の測定レートで測定することが可能となっている。一方、傾斜を回路により測定する手法は今の所見受けられず、例えばストリークカメラによる方法[3]や、RF 偏向空洞によるキックを用いる方法[4]、そしてバンチの電磁場分布を電気光学測定する方法[5]などが実現あるいは提案されている。しかし、これらの手法は、その測定の精度や測定レートを上述の重心位置測定のそれらに匹敵させることは困難となっている。これに対して本発表の手法は、通常重心位置モニタで用いられている回路技術により実現可能であるので、精度や測定レートを大きく向上させられる可能性があり、不安定性抑制 bunch-by-bunch フィードバックや傾斜のリアルタイム補正への発展の可能性に導く。

### 2. ビーム位置モニタからの傾斜の信号

ビーム位置モニタ(BPM) は、ビームを挟んで対抗する 2 電極から構成されている。この 2 電極の信号の差および和は Fig. 1 のように 180 度ハイブリッド (180 degree hybrid, 以下ハイブリッド) により生成できるが、BPM を通過する時刻  $t$  での平均位置を  $\bar{x}(t)$ 、電荷密度を  $\rho(t)$  とすると、差の信号はその積  $\bar{x}(t)\rho(t)$  に応答し、和の信号は電荷密度  $\rho(t)$  にのみ応答する。さて、BPM のデルタ関数的なビームの通過に対する応答を  $G(t)$  とすると、差の信号は、

$$D_M(t) = \int G(t-t') \bar{x}(t') \rho(t') dt' \quad (1)$$

となる。後段に線形の応答  $L(t)$  を持つ素子が置かれると、その出力は

$$\begin{aligned} D_L(t) &= \int L(t-t') D_{BPM}(t') dt' \\ &= \int H(t-t') \bar{x}(t') \rho(t') dt' \end{aligned} \quad (2)$$

$$H(t-t') = \int L(t-t'') G(t''-t') dt'' \quad (3)$$

となる。線形応答をもつ素子は、例えばバンドパスフィルタ(BPF)やローパスフィルタ(LPF)、リニアアンプなどである。同様に、和の信号は

$$S_M(t) = \int G(t-t') \rho(t') dt' \quad (4)$$

$$S_L(t) = \int H(t-t') \rho(t') dt' \quad (5)$$

となる。

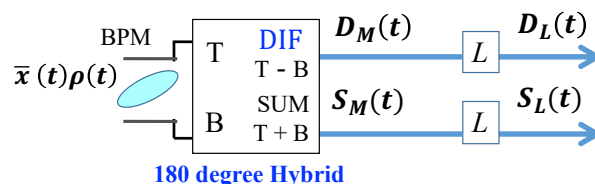


Figure 1: BPM and difference signal  $D_M(t)$  and sum signal  $S_M(t)$ , produced with 180 degree hybrid.

<sup>#</sup>nkmr@post.kek.jp

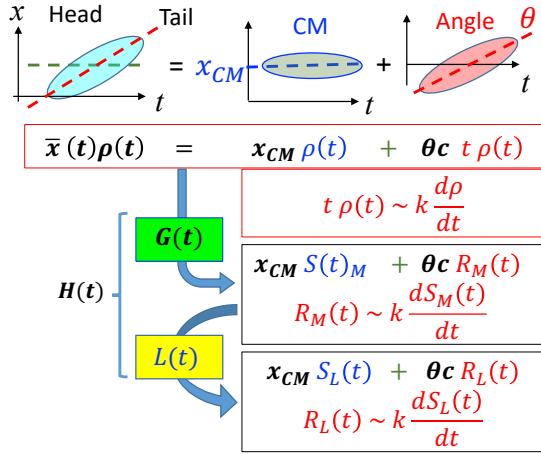


Figure 2: Bunch distribution and the definitions of signals from BPM and the signal after linear components, of which represses are  $G(t)$  and  $L(t)$ , respectively.

さて、傾斜を持つバンチでは、 $\bar{x}(t)\rho(t)$  は、

$$\bar{x}(t)\rho(t) = x_{CM}\rho(t) + \theta c t \rho(t) \quad (6)$$

の形をもつ。第1項は、バンチの重心 (CM) の変位を表し、第2項が傾斜の大きさ(Angle)を表している (Fig. 2)。これらが BPM や後段に作る信号をそれぞれ CM 信号、Angle 信号と呼ぶこととする。この信号が作る BPM の差の信号は、

$$\begin{aligned} D_M(t) &= \int G(t-t') \bar{x}(t')\rho(t')dt' \\ &= x_{CM} \int G(t-t') \rho(t)dt' \\ &\quad + \theta c \int G(t-t') t \rho(t)dt' \\ &= x_{CM} S_M(t) + \theta c R_M(t) \end{aligned} \quad (7)$$

となる。ここで CM 信号は Eq.(4) の和の信号  $S(t)$  と同じ波形をもち、また、Angle 信号の波形を

$$R_M(t) = \int G(t-t') t \rho(t)dt' \quad (8)$$

とおいている。これらは BPM と線形素子を経て

$$\begin{aligned} D_L(t) &= \int H(t-t') \bar{x}(t')\rho(t')dt' \\ &= x_{CM} S_L(t) + \theta c R_L(t) \end{aligned} \quad (9)$$

$$S_L(t) = \int H(t-t') \rho(t')dt' \quad (10)$$

$$R_L(t) = \int H(t-t') t' \rho(t')dt' \quad (11)$$

となる。

さて、バンチが Gaussian であると仮定すると、 $k$  をある正定数として

$$t\rho(t) = -k \frac{d\rho}{dt} \quad (12)$$

が成り立つ。このとき

$$\begin{aligned} R_L(t) &= \int H(t-t') t' \rho(t')dt' \\ &= -k \int H(t-t') \frac{d\rho(t')}{dt'} dt' \\ &= -k \frac{d}{dt} \int H(t-t') \rho(t')dt' = -k \frac{dS_L}{dt} \end{aligned} \quad (13)$$

が成り立つ。すなわち、

$$D_L(t) = x_{CM} S_L(t) - \theta c k \frac{dS_L(t)}{dt} \quad (14)$$

となる。また、同様に Eq. (6)、Eq. (7) から

$$\bar{x}(t)\rho(t) = x_{CM} \rho(t) - \theta c k \frac{d\rho}{dt} \quad (15)$$

$$D_M(t) = x_{CM} S_M(t) - \theta c k \frac{dS_M(t)}{dt} \quad (16)$$

となる。これらを見ると、CM 信号は和信号に相似、Angle 信号は CM 信号および和信号の微分に相似、となり、また、BPM や線形素子を通してその特性は保持される。ただし、実際のビーム形状は Gaussian からずれるので、それについての議論は後ほど行う。

### 3. 傾斜信号の抽出

この章では CM 信号を Angle 信号から分離する手法を示す。一つの手法は和信号を微分して差信号と掛け合わせる方法であり[1]、もう一つの手法は和信号および差信号を共に BPF に通し、その後、和信号の位相を調整して差信号に掛け合わせる方法である。後者が本発表の対象である。なお、以下では、overline を持つ値は、その時間平均であるとし

$$\overline{f(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt' \quad (17)$$

と定義する。

#### 3.1 手法 1: 和信号の微分との積

この方式は以前に報告済み[1]であるがここに再掲しておく。回路は Fig. 3 である。

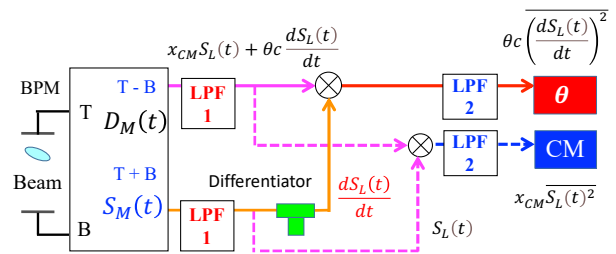


Figure 3: Bunch slope monitor with differentiation of sum signal.

この回路では、和信号  $S_L$  を微分したものを差信号  $D_L$  とミキサーにより掛け合わせ、LPF に通すことにより Angle 信号を分離する。バンチから十分に離れた時間  $\pm T/2$  では  $S_L(\pm T/2) = 0$  となるので

$$S_L(t) \frac{dS_L(t)}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dS_L(t)^2}{dt} = \frac{1}{2T} [S_L(t)^2]_{-T/2}^{T/2} = 0 \quad (18)$$

となる。一方、 $\left(\frac{dS_L(t)}{dt}\right)^2$  は常に正であるので、その時間平均は 0 ではない。これから、

$$\begin{aligned} \overline{D_L(t) \frac{dS_L(t)}{dt}} &= x_{CM} \overline{S_L(t) \frac{dS_L(t)}{dt}} - \theta c k \overline{\left(\frac{dS_L(t)}{dt}\right)^2} \\ &= -\theta c k \overline{\left(\frac{dS_L(t)}{dt}\right)^2} \end{aligned} \quad (19)$$

となり、傾斜成分が抽出できる。実際の回路では時間平均の代わりに LPF を用いることで  $S(t) \frac{dS(t)}{dt}$  の項を抑制する。

### 3.2 手法 2 : BPF と和信号の位相シフト

本報告では、新しく BPF をもちいる方法を提案する。回路を Fig. 4 に示す。

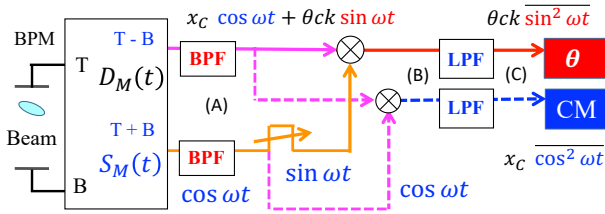


Figure 4: Bunch angle monitor circuit with BPF and phase control.

$D_M(t)$  および、その成分である  $S_M(t)$ ,  $R_M(t)$  を BPF に通したものをそれぞれ  $D_{BPF}(t)$ ,  $S_{BPF}(t)$ ,  $R_{BPF}(t)$  と置く。BPF の中心角周波数を  $\omega$  とし、BPF のバンド幅による包絡線の変化を無視、そして時刻  $t$  を定義しなおすことにより

$$S_{BPF}(t) = \cos \omega t \quad (20)$$

と置くことができる。このとき、Eq. (9)、(14) のように

$$\begin{aligned} D_{BPF}(t) &= x_{CM} S_{BPF}(t) + \theta c R_{BPF}(t) \\ &= x_{CM} \cos \omega t + \theta c k \omega \sin \omega t \end{aligned} \quad (21)$$

となる。さて  $S_{BPF}(t)$  は和信号の波形でもあるので、和信号のタイミングを周期  $T = 2\pi/\omega$  の 1/4 だけずらすことにより

$$S_{BPF}(t - T/4) = \sin \omega t \quad (22)$$

が得られる。これと  $D_{BPF}(t)$  の積の時間平均は

$$\begin{aligned} \overline{D_{BPF}(t) S_{BPF}\left(t - \frac{T}{4}\right)} &= x_{CM} \overline{\cos \omega t \sin \omega t + \theta c k \omega \sin^2 \omega t} \\ &= \frac{1}{2} \theta c k \omega \end{aligned} \quad (23)$$

となり Angle 信号が抽出できる。微分の場合と同様に、時間積分の代わりに LPF を使うこととする。

なお、ここに示した 2 つの方法では、BPM からの信号の掛け算を用いることから出力の強さはバンチ電流の 2 乗に比例する。

## 4. モデル計算

手法 2 の例を示す。BPM として線形加速器でよく

用いられている Fig. 5 に示す短絡ストリップライン型 BPM (長さ 0.13 m) を仮定した。CST studio suite を用いて計算した長さ 3.3 ps (rms) のバンチに対する出力信号を Fig. 6 に示す。計算時間やメモリの制限からより短いバンチでの計算は困難であったので、この信号を近似的に  $G(t)$  として用い、モデルのバンチ長を 3.3 ps より十分に長い 8 ps (rms) と設定した。線形加速器ではこれより短いバンチとなる場合が多いが、それについては後ほど検討する。

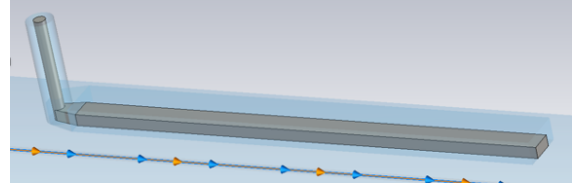


Figure 5: Shorted-stripline BPM.

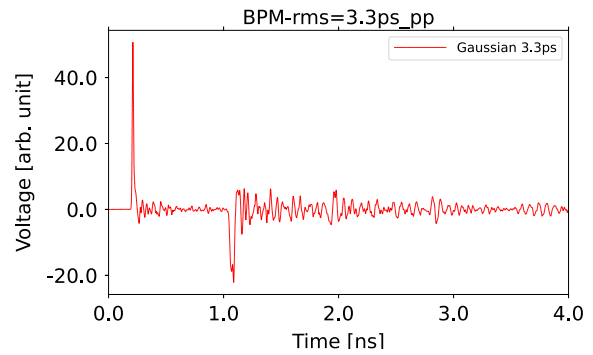


Figure 6: Output of the BPM shown in Fig. 5 for bunch length 3.3ps (rms).

以下では傾斜の大きさをバンチ長  $\sigma$  (rms) の時間で重心の変位と同じ変位となる角度  $\theta = x_{CM}/(c\sigma)$  と仮定し、バンチ形状およびそれに対応する BPM 出力をそれぞれ

$$\bar{x}(t) \rho(t) = x_{CM} \left( \rho(t) + \frac{t}{\sigma} \rho(t) \right) \quad (24)$$

$$D_M(t) = x_{CM} \left( S_M(t) + \frac{1}{\sigma} R_M(t) \right) \quad (25)$$

とする。バンチの波形 Eq. (24) の各成分、およびそれらのスペクトルをそれぞれ Fig. 7 および Fig. 8 に示す。BPM の出力  $D_M(t)$  の CM 信号  $S_M(t)$  および Angle 信号  $(1/\sigma)R_M(t)$  を Fig. 9、それらのスペクトルを Fig. 10 に示す。これから Angle 信号は、CM 信号の微分と相似であり、そのため周波数成分はすべて 90 度ずれていることがわかる。

これらの信号を BPF に通す。その出力を

$$D_{BPF}(t) = x_{CM} \left( S_{BPF}(t) + \frac{1}{\sigma} R_{BPF}(t) \right) \quad (26)$$

とする。BPF の中心周波数として、BPM のスペクトル (Fig. 10) に現れているピークのうち下から 3 番目の 2.9 GHz とし、バンド幅 150 MHz の Gaussian 型 4 次とした。BPF の応答は Spice で計算している。BPF 出力 (Fig. 11, 12) でも期待通り CM 信号および Angle 信号は 90 度ずれているので、和信号の  $S_{BPF}(t)$  の遅延を調整して  $S_{BPF}(t - T/4)$  を生成し、CM 信号や

Angle 信号と掛け合わせて Fig. 13 の信号を生成する。結果として CM 信号  $S_{BPM}(t) \times S_{BPF}(t - T/4)$  は DC 成分を持たない一方、Angle 信号  $(1/\sigma)R_{BPM}(t) \times S_{BPF}(t - T/4)$  は DC 成分を持つ信号となる。

これらの信号をカットオフ周波数 150 MHz をもつ LPF(Gaussian, 4 次)に通した信号を Fig. 14 に示す。DC 成分をもたない CM 信号は強く阻止され、そのため Angle 信号は相対的に大きな信号となっており選択的に抽出できている。

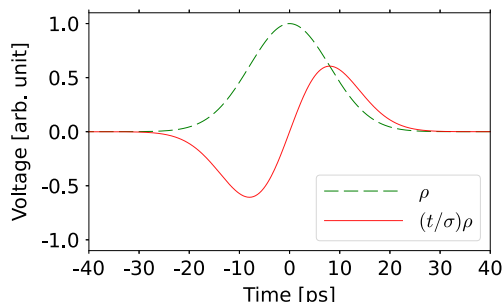


Figure 7: Bunch shape for model for Angle  $(t/\sigma)\rho$  (solid) and CM  $\rho$  (dashed). Gaussian shape with  $\sigma(\text{rms}) = 8$  ps is assumed and  $x_{CM}$  in Eq. (5) is set to 1.

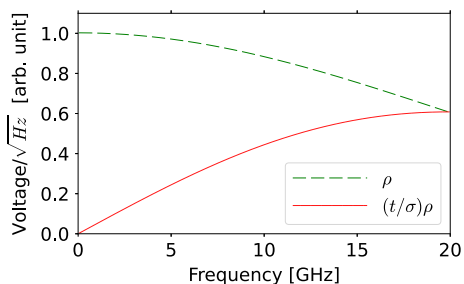


Figure 8: Bunch spectrum of Angle  $(t/\sigma)\rho$  (solid) and CM  $\rho$  (dashed).

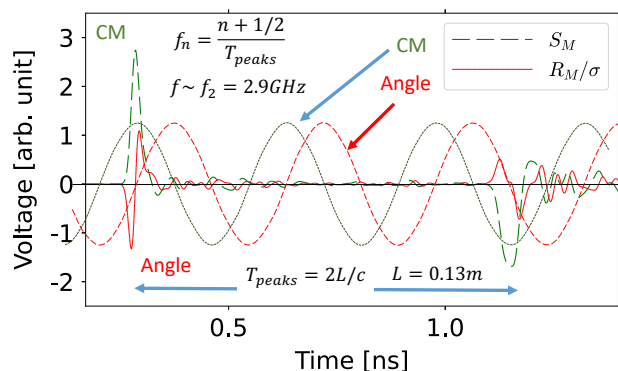


Figure 9: BPM output for Angle  $R_M/\sigma$  (solid) and CM  $S_M$  (dashed).

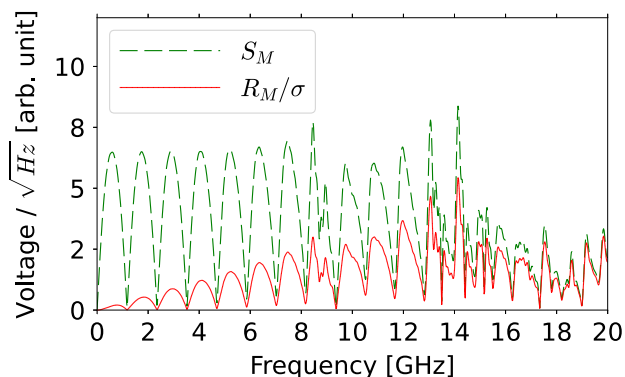


Figure 10: Spectrum of BPM signal of Angle  $R_{BPM}/\sigma$  (solid) and CM  $S_{BPM}$  (dashed).

さて、より短いバンチについては、バンチを短くする代わりに周波数を低下させて様子を見ることとする。まず、BPF の通過周波数を 2.9 GHz から Fig. 10 の最初のピークの 0.6 GHz とし、1/5 に低下させる。また、バンド幅および LPF の周波数もスケールさせて 31 MHz に設定して計算したものを Fig. 15 に示す。低周波化に伴い BPM から CM 信号の強度が Angle 信号の強度に対して相対的に大きくなることから、CM 信号の抑制は低下しているが、ミキサーでのタイミングを調整することにより、Angle 信号のピークで CM 信号をゼロとすることが可能である。これを利用して重心信号を抑制する。すなわち周波数を 1/5 とした場合でも傾斜信号を抽出可能と考えれば、スケーリングから 8 ps / 5 = 1.6 ps のバンチ長でも適用できる可能性がある。

また、Eq. (12) ( $dp/dt = -k tp(t)$ ) が成り立つのは厳密には Gaussian だけであるが、上式が近似的には成り立つと期待されれば CM 信号と Angle 信号を間に、程度の位相差が発生することが期待できるので、これまでの手法が適用可能と考えられる。

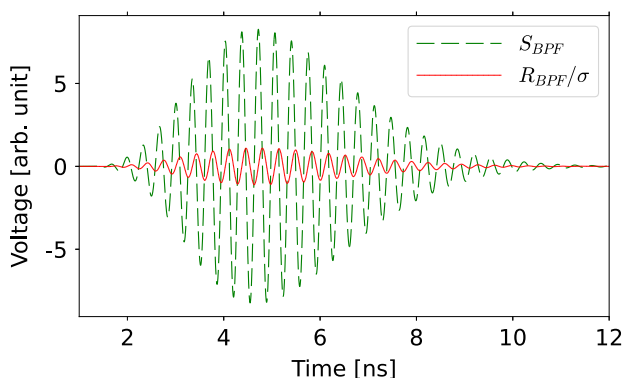


Figure 11: BPF output (point (A) in Fig. 4). Angle  $R_{BPF}/\sigma$  (solid) and CM  $S_{BPF}$  (dashed).



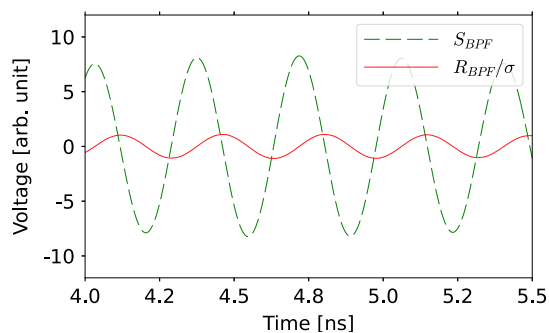


Figure 12: BPF output (expanded). Angle  $R_{BPF}/\sigma$  (solid) and CM  $S_{BPF}$  (dashed).

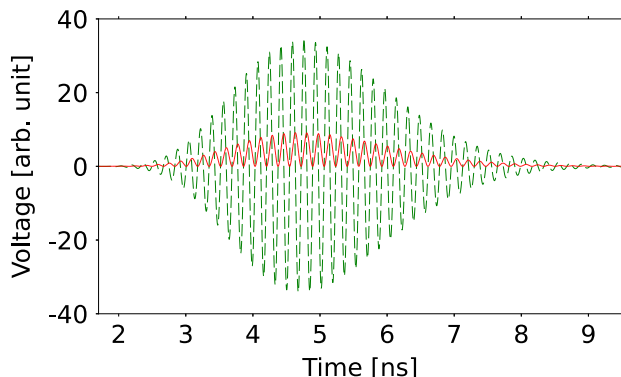


Figure 13: Output of mixer (point (B) in Fig. 4). Angle:  $R_{BPF}(t)/\sigma \times S_{BPF}(t - T/4)$  (solid) and CM:  $S_{BPF}(t) \times S_{BPF}(t - T/4)$  (dashed).

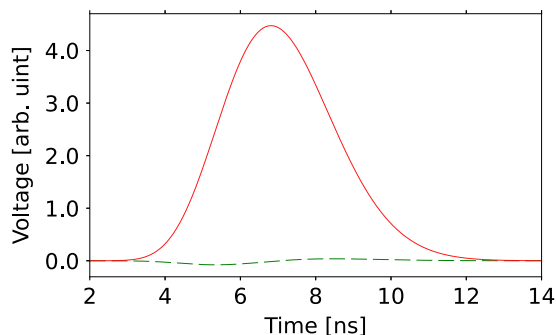


Figure 14: Output of LPF (point (C) in Fig. 4) for input signals; Angle:  $R_{BPF}(t)/\sigma \times S_{BPF}(t - T/4)$  (solid) and CM:  $S_{BPF}(t) \times S_{BPF}(t - T/4)$  (dashed).

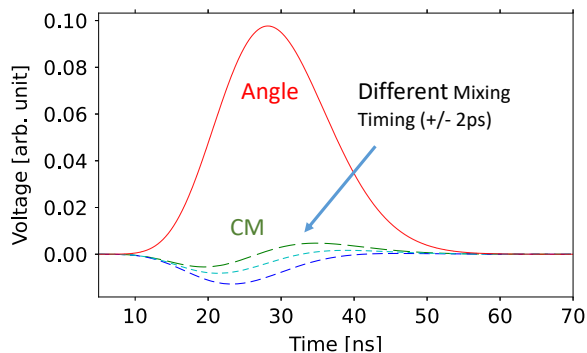


Figure 15: Same as Fig.14, with lower frequency BPF( $f_c=0.6$  GHz, BW= 31 MHz) and LPF( $f_c=31$  MHz).

## 5. 回路調整

回路の調整では、ミキサの2つの入力について、CM 信号が抑制される、というタイミングを探すことが必要となる。すなわち、CM 信号を変化させても出力が変動しないというタイミングを探すことになる。CM 信号を変化させるにはビームを動かす、あるいは、BPM を動かすことで可能であるが、一方、ハイブリッドへの2入力の前には Fig. 16 のようにそれらの振幅のバランスを調整するための可変減衰器が設けられているので、そのバランスを崩すことで CM 信号に相当する信号を差信号に持ち込むことができ、その強度を変化させることができる。ただし、減衰量の変化に伴い減衰器内部の遅延も変化する可能性があるので注意する必要がある。

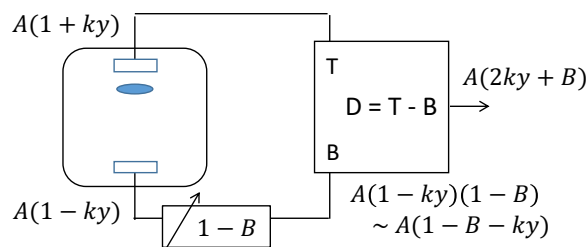


Figure 16: BPM front-end circuits with variable attenuator to adjust amplitude balance of two inputs to 180 degree hybrid.

また、ハイブリッド出力の差信号  $D_M(t)$  には、 $\rho(t)$  に関連した位置換算で数百マイクロン程度となる不要な信号が混入する。一方、目標の一つである bunch-by-bunch フィードバックへの応用を考えるとマイクロンの精度で数百 MHz の測定レートが必要である。そこで  $D_M(t)$  はベータトロン振動周波数を持つ一方、 $\rho(t)$  に関連した不要な信号は周回ごとに一定となることを利用しデジタル信号処理によりベータトロン振動だけを抽出することが可能であり、上記の要求を満たせる可能性がある。

## 謝辞

線形加速器への適用について議論や示唆をいただきました KEK の諏訪田剛様、宮原房史様、菊池光男様に感謝いたします。

## 参考文献

- [1] T. Nakamura, “Head-tail フィードバックによるモード結合不安定性抑制の検討”, THP089, PASJ2018.
- [2] T. Nakamura, “シングルバンチ不安定性抑制 Head-Tail フィードバックのための bunch-by-bunch Head-Tail キッカー”, WEPI031, PASJ2019 (2019).
- [3] Y. Shoji *et al.*, “De-Coherence Study of Betatron Oscillation for the Beam Shape Manipulation”, THPRO065, IPAC14 (2014).
- [4] For example, G. Burt, Transverse Deflecting Cavities I,II”, CAS RF for Accelerators, (2010).
- [5] Y. Okayasu *et al.*, “Feasibility study of a single-shot 3D electron bunch shape monitor with an electro-optic sampling technique”, Phys. Rev. ST Accel. Beams 16, 052801 (2013).