

# ミュオンペニングトラップ実験開始に向けた箱型電極の詳細検討 STUDY OF BOX-SHAPED ELECTRODES FOR MUON PENNING TRAP EXPERIMENT AT MLF/J-PARC

小久保拓登<sup>\*A)</sup>, 飯沼裕美<sup>A)</sup>, 足立泰平<sup>B)</sup>, 岩井遼斗<sup>C)</sup>, 岡部博孝<sup>D)</sup>, 下村浩一郎<sup>C)</sup>,  
永谷幸則<sup>C)</sup>, 仁尾真紀子<sup>B)</sup>, 西村昇一郎<sup>C)</sup>, Amba Datt Pant<sup>C)</sup>, 樋口嵩<sup>E)</sup>, 平石雅俊<sup>A)</sup>  
Hiroto Kokubo<sup>\*A)</sup>, Hiromi Iinuma<sup>A)</sup>, Taihei Adachi<sup>B)</sup>, Ryoto Iwai<sup>C)</sup>, Hiroataka Okabe<sup>D)</sup>,  
Koichiro Shimomura<sup>C)</sup>, Yukinori Nagatani<sup>C)</sup>, Makiko Nio<sup>B)</sup>, Shoichiro Nishimura<sup>C)</sup>, Amba Datt Pant<sup>C)</sup>,  
Takashi Higuchi<sup>E)</sup>, Masatoshi Hiraishi<sup>A)</sup>

<sup>A)</sup> Graduate school of Science and Engineering, Ibaraki University

<sup>B)</sup> Nishina Center for Accelerator-Based Science, RIKEN

<sup>C)</sup> Institute of Materials Structure Science, High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

<sup>D)</sup> Institute for Materials Research, Tohoku University

<sup>E)</sup> Research Center for Nuclear Physics, Osaka University

## Abstract

A Muon Trap experiment is newly planned at H-line, MLF, J-PARC in which ultra-slow muons are captured in a uniform magnetic field to determine the magnetic moment by measuring the spin precession precisely. To start the experiment, we perform simulations using geant-4 from the injection of the surface muon beam to the detection of positrons decay from muons in the uniform magnetic field. We design and develop a box-shaped electrodes to generate a quadrupole electrostatic potential with high accuracy, which enables the muon penning trap. In the last fiscal year (FY2022), we have designed the box-shaped electrodes and confirmed the potential reproduction accuracy about 20%, which was reported at the PASJ2022. Currently, we develop a tool to optimize the voltage arrangement for further improvement of the accuracy using OPERA-3D and determine the space between electrodes.

## 1. はじめに

素粒子標準模型を超える物理探索のため大強度陽子加速器施設 J-PARC(Japan Proton Accelerator Research Complex) 内の MLF(Materials and Life Science Experimental Facility) H-Line [1] ではミュオン基礎物理定数測定実験が行われている。既存のプロジェクトに加え、我々は、正負ミュオンを電磁場内へトラップし基礎物理量の精密測定を行う Muon Trap 実験を計画している。正ミュオンのトラップにはペニングトラップという手法を用いる。ペニングトラップは、これまで様々な荷電粒子の質量 [2,3] や磁気モーメント [4-7] の高精度測定に広範に用いられてきた。通常のミュオン施設から供給されるミュオンはペニングトラップで捕獲するにはエネルギーが高すぎるが、運動エネルギー約 0.03 eV の超低速ミュオン生成技術 [8] によってペニングトラップの手法をミュオンに適用することが可能となる。我々は、最終的には、正負ミュオンの質量と磁気モーメントを  $1 \times 10^{-9}$ 、寿命を  $1 \times 10^{-6}$  の相対精度で測定することを目標としている。

実験セットアップは Fig. 1 に示すものである。本実験では入射した表面ミュオンを電極内に配置したエアロゲル標的に衝突させる。そこで生成される超低速ミュオンウム (正ミュオンと電子との束縛状態) を直ちにレーザー乖離させる事によって超低速ミュオン [8] を生成する。生成された超低速ミュオンに RF 空洞内で加速電場と振動磁場を印加する事によりミュオンスピンを

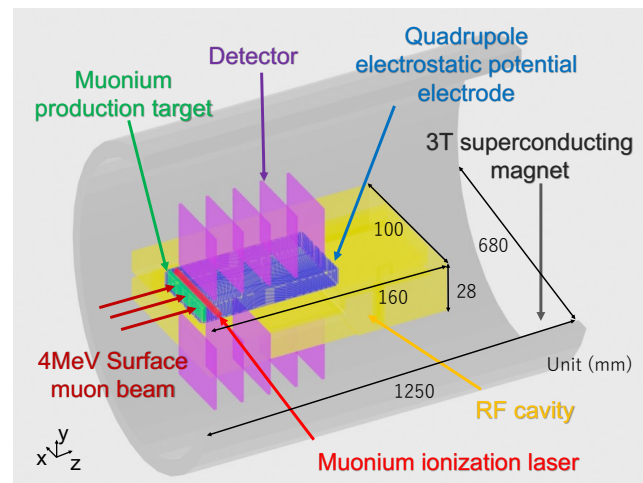


Figure 1: Schematic view of the Penning trap experiment of muons. A surface muon beam injected to the muonium production target. Muonium atoms emitted from the target are ionized by a laser, and produce ultraslow muons with kinetic energies of  $\sim 0.03$  eV, which are then introduced inside the trap electrodes. An RF cavity surrounding the electrodes is used for excitation and spin manipulation of the muons. The motion of decaying muons are detected by counting positrons by the segmented detectors.

ソレノイド軸から 90 度フリップさせ電極中心へと輸送する。中心へ輸送した超低速ミュオンを 2.9 T の一様高磁場と 4 重極静電ポテンシャルによってトラップする。

\* 22nm016s@vc.ibaraki.ac.jp

崩壊陽電子がミュオンのスピン方向に出やすい事から陽電子検出によってミュオンスピンを測定し、ミュオン磁気能率を決定する。

この実験において箱型電極内ではパルス状に発生するミュオニウムを電離レーザーで電離した時、平面状にミュオン分布が発生する。箱型形状の電極を用いることで平面状のミュオンビームを単位体積あたりに効率良くトラップすることが出来る。また、同様の理由でRF空洞内の形状も箱型であれば最小限で済むためRFパワーの節約になる。そのため、トラップ用電極並びにRF空洞は箱型形状のものを検討している。実験成功のため、4重極静電ポテンシャルを作る電極の作成が必要である。トラップに必要な4重極静電ポテンシャルは

$$\Phi(z, r) = V_0 \frac{z^2 - r^2/2}{2z_0^2}. \quad (1)$$

のように表される。ビーム制御の観点から効率の良いトラップには高精度の4重極静電ポテンシャルを再現することが重要である。昨年度同学会にて OPERA-3D [9] を用いて一度電極の設計・評価を行い、さらに高精度なポテンシャルを達成する電極配置の検討について報告した [10]。そこで、本論文ではポテンシャル精度を上昇させる電極配置の算出と OPERA-3D を用いたモデル設計について報告する。Sec.2 で自作ツールによる箱型電極の最適電圧配置の算出、Sec.3 では OPERA-3D を用いた電極間スペースのパラメータスイープの結果を示す。最後に、Sec.4 でこれらの結果をまとめる。

## 2. 最適電圧配置の算出

昨年度に同学会にて理想的な4重極静電ポテンシャルに沿って電極を配置する手法で電極を作成し、OPERA-3D にてモデル化した電極について検討し、報告した。その結果から電極の配置したい位置によって電極の厚みが変わってしまっていた。今回はミュオンをトラップする領域におけるポテンシャル誤差が用意した電極数で最小となるように電圧配置を最適化することを考えた。また、作成する一つ一つの電極を座標の平方根で区切ることによって座標の小さい部分でも電極数が減らないように工夫した。本章では電圧配置算出の際に使用した手法や最適化のために組んだアルゴリズムを説明する。

### 2.1 電圧配置算出のための計算ツール

電圧配置算出にはラプラス方程式を利用した。まずラプラス方程式をデカルト座標系で表すと

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

ポテンシャル  $\phi$  において  $x$  方向に  $h$  の微小変化がある場合、テイラー展開をしてポテンシャルを表すと

$$\begin{aligned} \phi(x+h, y, z) &= \phi(x, y, z) + h \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ &+ h^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + h^3 \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \phi(x-h, y, z) &= \phi(x, y, z) - h \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ &+ h^2 \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - h^3 \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

これらを2次のオーダーで足しあげると

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \Big|_{x,y,z} &= \frac{1}{h^2} [\phi(x+h, y, z) \\ &+ \phi(x-h, y, z) + 2\phi(x, y, z)]. \end{aligned} \quad (5)$$

同様に  $y, z$  方向についても考えることができ、3軸方向の方程式を全て足すと左辺はラプラス方程式であるので Eq. (2) から

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) &= \frac{1}{6} [\phi(x+h, y, z) + \phi(x-h, y, z) \\ &+ \phi(x, y+h, z) + \phi(x, y-h, z) \\ &+ \phi(x, y, z+h) + \phi(x, y, z-h)]. \end{aligned} \quad (6)$$

これは格子点で表すと Fig. 2 のようになる。

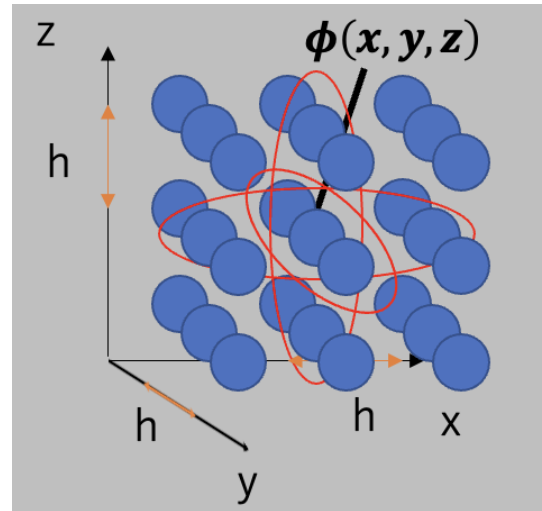


Figure 2: Lattice point model of electrode interior. Calculate the potential inside the electrode by applying the electrode voltage to the 6 outer edge surfaces.

電極外縁部6面に電圧を与えることによって電極内部をラプラス方程式で解いていく。実際の計算はガウス・サイデル法を用いることによって計算を高速化している。しかし、上記の方法で計算を行う場合電極間にスペースをあけて電極外からの影響を考える場合電

極外の部分についても計算を行う必要がある。電極外を計算していると計算時間や PC のメモリ不足によって計算自体が不可能であるため電極間にスペースを空けずにポテンシャル計算を電極内だけに絞る事で計算時間を短くした。

## 2.2 自作ツールを用いた電圧配置最適化

ここからは電極電圧配置の最適化アルゴリズムについて説明していく。電極の最適化を表した図を Fig. 3 に示す。ミュオン捕獲領域は図中の赤枠内としている。

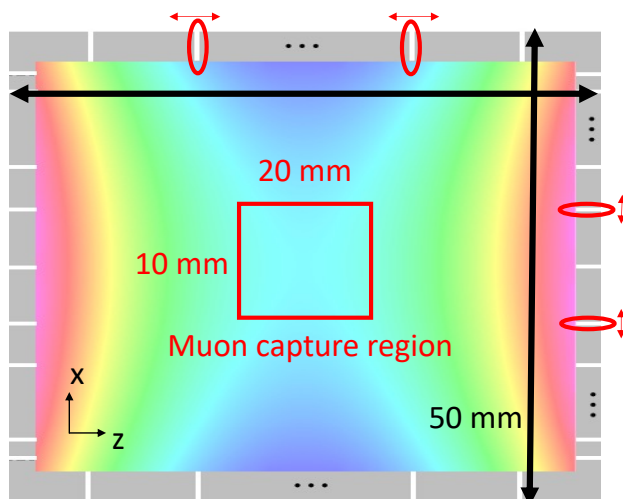


Figure 3: Algorithm to optimize electrode voltage placement. Voltage discrete points between adjacent electrodes moved in the direction of decreasing error potential.

電極電圧を先に与え電極内部のミュオン捕獲領域のポテンシャル誤差を取得、その後隣り合う電極同士の電圧離散点を  $x, z$  軸方向でずらし再度ポテンシャル誤差を取得し、誤差ポテンシャルの減少する方へ電圧離散点を動かした。結果を Fig. 4 に示す。

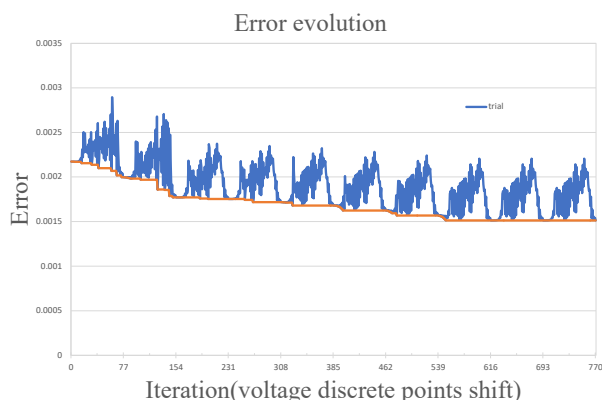


Figure 4: Potential error reduction when varying voltage discrete points. Error potentials converged and optimal voltage placement was obtained.

最終的に誤差ポテンシャルは収束し、電極電圧の離

散点は決まり最適な電極配置が決まった。次の章で実際に OPERA-3D を用いて電極間スペースを考慮した電極モデルの作る誤差ポテンシャルについて報告する。

## 3. OPERA-3D を用いた電極間スペースの検討

前章で得られた電圧離散点から OPERA-3D を用いて実際に作成した電極モデルを Fig. 5 に示す。

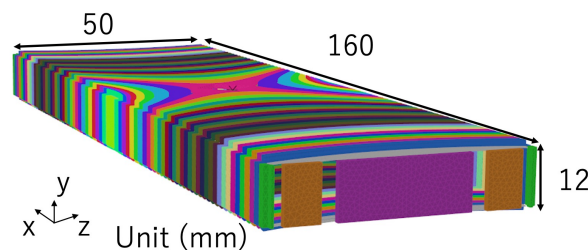


Figure 5: Electrode model created with voltage discrete points in OPERA-3D.

電圧離散点を中心として 0.1 ~ 1 mm 電極間に隙間を与え、OPERA-3D による FEM 解析でポテンシャルを算出した。算出されたポテンシャル分布からミュオン捕獲領域内での誤差ポテンシャルの最大値を電極モデル毎に表したものを Fig. 6 に示す。

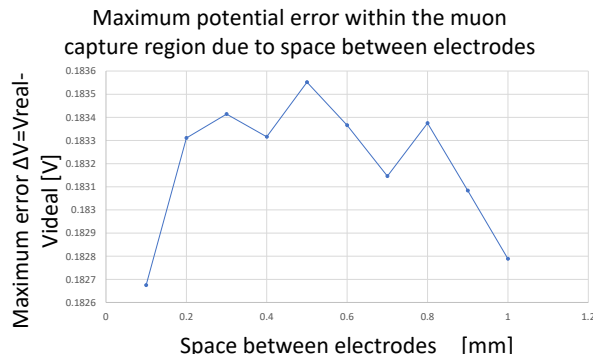


Figure 6: Error potentials for varying the space between electrodes. Error variation is not linear.

電極間スペースを 0.1 ~ 1 mm でスイープしたところやはり、電極間スペースを最小にしている 0.1 mm のモデルでポテンシャル誤差は最小となり、電極間隔を広げても線形的に誤差が上がっていくわけではない事がわかった。現在電極数は 38 個あるため無闇にそれぞれの電極を動かしてモデルを作成するのは現実的ではない。そのため、電極間スペースは RF 振動磁場の注入効率など他の条件によって制限をかけることで決定していく必要があると考える。

## 4. まとめ

正負ミュオンの磁気能率を精密測定する Muon Trap 実験における正トラップ実現に向けた箱型電極の設計・

検討を行っている。

トラップ用電極内のミュオン捕獲領域での4重極静電ポテンシャルの精度が最大となるような電極配置境界での電圧配置算出ツールの作成を行い、最適電圧配置を算出した。また、自作ツールにより算出した電圧配置を用いて OPERA-3D 内で電極モデルを作成し、電極間スペースによるミュオン捕獲領域でのポテンシャル精度の算出を行った。

現在、電極モデルが作る電場を用いたビームシミュレーションのための準備を行っており、また電極間のスペースにより RF 振動磁場がどの程度影響を受けるかの見積もりも進めている。先例のない正負ミュオンを使った Muon Trap 実験開始に向け電極などの要素開発を進めていく。

## 謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP19K21872、JP20H05646 の助成を受けたものです。

## 参考文献

- [1] N. Kawamura *et al.*, “New concept for a large-acceptance general-purpose muon beamline”, *Prog. Theor. Exp. Phys.*, **2018**, 113G01 (2018).
- [2] K. Blaum, “High-accuracy mass spectrometry with stored ions”, *Phys. Rep.* **425**, 1–78 (2006).
- [3] F. Heiße *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 033001 (2017).
- [4] X. Fan *et al.*, 2022, arXiv: <https://arxiv.org/abs/2209.13084>
- [5] G. Schneider *et al.*, *Science* **358**, 1081–1084 (2017).
- [6] C. Smorra *et al.*, “A parts-per-billion measurement of the antiproton magnetic moment”, *Nature* **550**, 371–374 (2017)
- [7] S. Sturm *et al.*, “High-precision measurement of the atomic mass of the electron”, *Nature* **506**, 467–470 (2014).
- [8] K. Nagamine *et al.*, “Ultraslow Positive-Muon Generation by Laser Ionization of Thermal Muonium from Hot Tungsten at Primary Proton Beam”, *Phys. Rev. Lett.*, **74**, Page 4811–4814, (1995).
- [9] OPERA 3D, Electromagnetic design in three dimensions. COBHAM, Vector Fields Simulations Software, Kildlington, UK, <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/opera/>
- [10] H. Kokubo *et al.*, in Proceedings at PASJ’ 22, Online, 2022, paper THP024.