

J-PARC Muon g-2/EDM 実験用 ビーム蓄積磁石内部の強い X-Y 結合をもつビーム位相空間調整装置の仕様と設計検討

SPECIFICATION AND DESIGN STUDY OF BEAM PHASE SPACE WITH STRONG X-Y COUPLED BEAM IN THE STORAGE MAGNET FOR J-PARC MUON g-2/EDM EXPERIMENT

飯沼裕美 ^{*,A)}, 小川 真治 ^{B)}, 阿部充志 ^{C)}, 大谷将士 ^{C)}, 佐々木憲一 ^{C)}, 中山久義 ^{C)}, 三部勉 ^{C)},
山中 隆志 ^{B)}, 佐藤 優太郎 ^{D)}

Hiromi Iinuma ^{*,A)}, Shihji Ogawa ^{B)}, Mitsushi Abe ^{C)}, Masashi Otani ^{C)},
Ken'ichi Sasaki ^{C)}, Hisahyoshi Nakayama ^{C)}, Tsutomu Mibe ^{C)}, Takashi Yamanaka ^{B)}, Yutaro Sato ^{D)}
^{A)} Ibaraki University ^{B)} Kyushu University ^{C)} KEK ^{D)} Niigata University

Abstract

In the J-PARC Muon g-2/EDM experiment, we plan to accumulate a 300 MeV/c Muon beam in an orbit with a diameter of 0.66 m and perform ultra precise measurement of the anomalous magnetic moment (g-2) and electric dipole moment (EDM). One of technical challenges is to inject the beam into the precisely-tuned storage region in the storage magnet without disturbing the static magnetic field. Combination of a radial pulsed magnetic field near the storage region and weak focusing field will control the vertical beam motion along with the solenoid axis. Optimal calculation to determine requirements of spatial and time distribution of the pulse magnetic field is discussed based on the beam injection trajectory. Specific shape of the vertical beam phase space in the storage region at the end of the kick is discussed and how to control such beam phase space shape by the kicker coil position is also introduced. Back trajectories are studied to understand correlation between "ideal" beam phase space at the storage vs. "required" beam phase space at the kick point. We find a strong correlation between the two beam phase spaces, and an eigen-vector of the smallest eigen value may be useful to treat such 5-dimensional phase space control.

1. はじめに

J-PARC Muon g-2/EDM 実験 [1] では、ソレノイド型超電導磁石内に運動量 300MeV/c の Muon ビームを直径 0.66 m の軌道で蓄積し、異常磁気能率 (g-2) の超精密測定と EDM 探索を行う計画である。Figure 1 に示す蓄積電磁石内部の精密調整された蓄積領域へ静磁場を乱さずにビーム入射を行うため、蓄積領域付近に径方向パルス磁場を発生させ、ビームのソレノイド軸鉛直方向の運動を制御するキッカー装置制作に取り組んでいる。

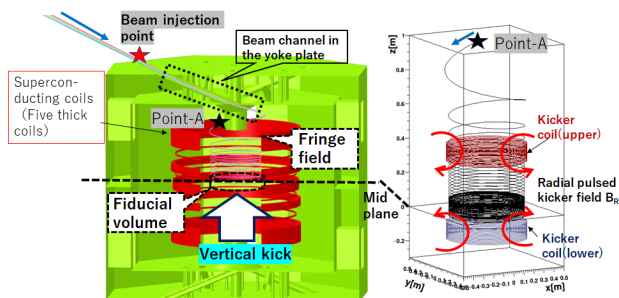


Figure 1: Beam trajectory inside the storage magnet by the 3-D spiral injection scheme. Injection point and Point-A are indicated for coming discussions.

本論文では、蓄積電磁石内部の磁場空間分布を考慮したビーム入射軌道軌道に上流側ビームラインシミュレーションに基づくビーム分布を想定した入射計算を行い、

蓄積ビーム品質の評価、蓄積磁石内の高さ 95cm 地点におけるビームの位相空間のサイズ、位相空間にかかる相関について検討を行う。更に、蓄積領域内の理想とする鉛直方向の位相空間を仮定した逆軌跡計算を行い、キッカーコイルによる時間依存性をもつ磁場分布と蓄積磁石による静磁場の空間分布の双方を考慮した 5 次元のビームアクセプタンスの評価の方針も議論する。

2. 3次元螺旋軌道入射

Figure 1 に示すように、入射ビームは蓄積磁石ヨーク通過穴を通過後、3次元螺旋軌道 [2,3] を描きながら、磁石中心部の蓄積領域まで進む。ソレノイド主コイルによる径方向フリンジ磁場によりビームの入射角度を徐々に減少させ、最終的には垂直キッカーにより、磁石中心部 (height= 0 m) 付近で入射角度がゼロになるように調整する。蓄積領域内部の弱収束磁場により垂直キック後のビームは垂直方向にベータatron運動しながら留まる。垂直キックは、磁石中心面の上下に配置する円筒シート状の導体 (以降、キッカーコイルと呼ぶ) に、ビーム入射に同期して逆相の半サイン形状のパルス電流を印加して発生する径方向パルス磁場を利用する¹⁾。

Figure 2 に軌道の鉛直成分を時間の関数で示す (黒実線)。キッカーコイルに与える半サイン形状のパルス電流の時間構造 (黒点線)、および軌道上のビーム粒子が感じる蓄積磁石静磁場 (主磁場+弱収束磁場) (青色)、キッカーコイルが発生する径方向磁場 (赤色) も合わせて示

* hiromi.iinuma.spin@vc.ibaraki.ac.jp

¹⁾ ソレノイド軸方向に発生するパルス磁場は主磁場 3 T に比べて十分小さい

す。(静磁場分布の詳細検討は [4], [5] を、キッカーコイルにより励磁される磁場分布の詳細は [6] を参照。)

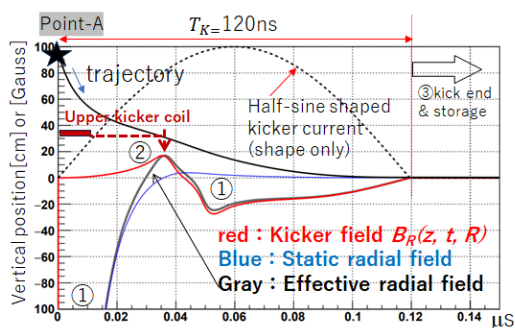


Figure 2: Reference beam trajectory as a function of time, as well as effective kicker field. Vertical position of Upper kicker coil is also indicated.

Figure 2 に示す①～③は、① 垂直キック期間中のビーム粒子が感じる径方向磁場が負＝入射角がゼロに近く、② ビーム粒子が感じる径方向磁場が正＝入射角の負に増加する、③ 垂直キック後にビーム粒子が弱収束磁場のみで制御される、部分を示している。垂直キックはビーム粒子が上側キッカーコイルよりも上に到達した時点から電流を印加し、上側キッカーコイル上部にビーム粒子が到達する際に、意図的に入射角度を負に制御している (Fig. 2 の②) に相当)。Figure 3 の左図は軌道の鉛直方向位置と入射角度の相関で図示しており、図中の①～③は、Fig. 2 の①～③に該当する。特に②付近の軌道形状を、この論文では kink-shape と呼ぶ。Figure 3 の中央と右図は kink-shape の小さい場合 (Type-A)、大きい場合 (Type-B) の基準軌道を示しており、キッカーコイルの形状を変えずに印可する電流の時間構造、ピーク電流を変えている。kink-shape の大小は、ビーム軌道に

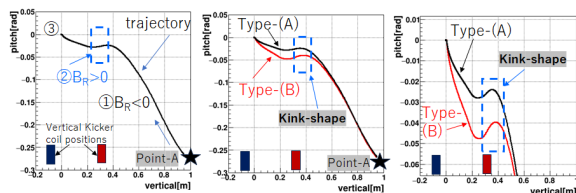


Figure 3: Correlation of vertical position and pitch angle of the reference trajectory. Kink-shape by upper kicker coil's field is a key to control beam motion.

沿った径方向磁場の垂直位置の偏微分 (dBRdz とよぶ) の大小に対応している。Figure 4 の上段に type-A、下段に Type-B の軌道に沿った径方向磁場を垂直位置 (z) の関数で示す。ここで、図中の青線は軌道に沿った径方向静磁場 (超電導主コイルと弱収束磁場の和) を示し、赤線は時間構造を含む径方向キック磁場を示す。Figure 4 の右側の上下の図は径方向磁場を鉛直方向で偏微分した成分 (図中、dBRdz と表記) であり、これが正の値を取るとき、実効的な鉛直方向収束を与える。すなわち、下段の Type-B は上段の Type-A の約 2 倍の強さの収束がかかることがわかる。上側キッカーコイル付近で発生する磁場勾配の収束作用を利用して、蓄積領域でのビーム運動の鉛直成分の広がり の制御に効果を持たせている。

Figure 5 は入射点において Fig. 6 の中央に示す位相空間

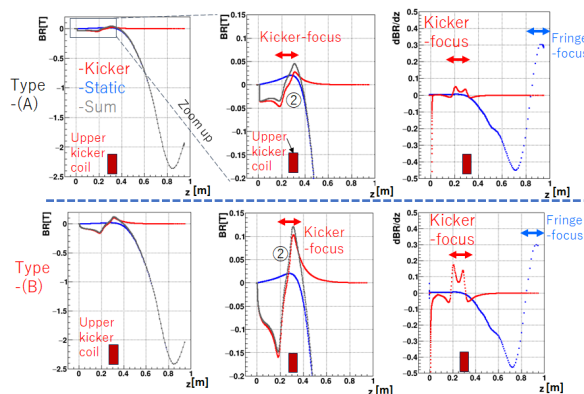


Figure 4: Static and dynamic radial fields along the reference trajectory are introduced. Partial differentiation act as vertical focusing quadrupole field at the heights of 0.8m and 0.3m. Uppere plots are of Type-(A), and lower plots are of Type-(B).

間をもったビームを入射し、Fig. 3 で示す Type-(A) のキッカーパラメータで制御した際の軌道を示している。左側図は、鉛直方向の座標を時間の関数で示し、中央は軌道の鉛直位置とピッチ角度の相関 (以後、z-z' 相関と呼ぶ) を示す。左および中央の図に示す赤色線は、蓄積後の垂直ベータトロン振幅が 100mm 以内のもの、緑色は 30mm 以内のものに相当する。垂直ベータトロン振幅は小さいほど物理測定には有利であり、最終的な目標は 30mm 程度の垂直ベータトロン振幅に抑えることである [7]。Figure 5 の右側図は、中央の z-z' 相関をキッカー終了時の時間でスライスした z-z' 相関を 2 次元ヒストグラムにしたものである。黒線と赤線で示す楕円は弱収束磁場の空間分布から求められ、赤い楕円内にキック直後のビーム分布を収めれば、その後の弱収束磁場中では赤線楕円内部を単振動 (ベータトロン振動) をする。ここで、Fig. 6 は輸送区間の上流側 LINAC 終点に於いて想定される位相空間の例 (左側) を示し、輸送区間で適切な X-Y 結合 (中央) をかけて入射し、蓄積磁石内部の高さ 0.95m 地点の位相空間を右側に示している²。

さらに、比較のため、Fig. 7 に入射ビームの位相空間は変えずに、Fig. 3 で示す Type-(B)、すなわち、キッカーによる収束効果が強い場合の入射軌道群を示す。Figure 5 と Fig. 7 の右側に示す z-z' 相関図の広がり方により、蓄積領域内の鉛直方向のビーム運動は決まるため、この z-z' 分布形状を決める要因の調査と、入射ビーム制御の上で理想的な z-z' 分布形状について考察を行った。それを次の章で議論する。

3. Z-Z' 分布と逆軌跡の広がり の考察

Figure 8 に下側キッカーコイルが生成する磁場分布を変えた場合の z-z' 分布を示す。ただし、入射ビームの条件は変更しない。左図に、Type-(C)、Type-(D) で示すキッカー磁場空間分布にし従い、z-z' 分布の左側の形状

² 赤と緑の分布は Fig. 5 の色分けに対応するが、Fig. 6 では明確な相違はみられない。後述 5 章で改めて議論する

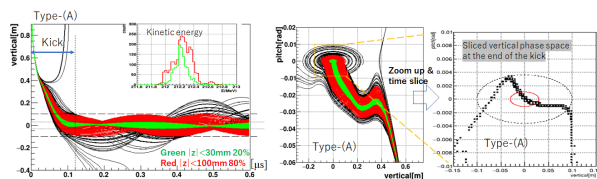


Figure 5: Beam injection trajectories with Type-(A).

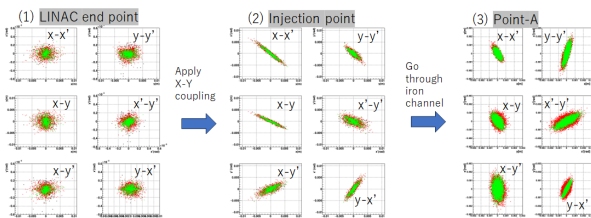


Figure 6: Four dimensional beam phase space at (1) LINAC's end point, (2) Injection point, and (3) Point-A along the reference trajectory.

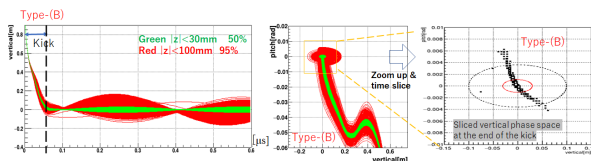


Figure 7: Beam injection trajectories with Type-(B).

が変わることが分かる。Type-(C) は非現実的な例だが、鉛直方向下方に無限に様なキック磁場分布を与える場合、Type-(D) は長軸 100mm の楕円 (黒実線) 内部では極力水平は分布になるようにキック磁場分布を調整した例を示す。さらに、Type-(E) は、キッカーコイル Type-(D) の配置はそのまま、キッカー電流とキック時間を変更し、 $z-z'$ 分布が極力中央に集まるように調整した例をしめす。

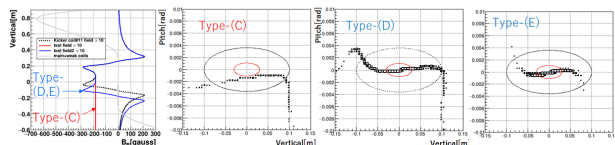


Figure 8: $z-z'$ shape study by changing kicker field spatial distributions. Lower kicker coil field controls the lower edge of $z-z'$ shape.

次に、上側のキッカーコイルが作る磁場分布形状が $z-z'$ 分布に与える影響をみるために、上コイル位置を変えた例を Fig. 9 に示す。黒い楕円の長軸 100mm の内部で極力 $z-z'$ が水平になるよう上コイルの位置調整も有効であることがわかる。

Table 1 に今までの議論で紹介した Type-(A)~(E) に係るキッカーパラメータの一覧を示す。上コイル、下コイルとも幅 100mm の導体シートを蓄積磁石中心から径方向 360mm の場所に配置 (Fig. 1 を参照) しているのは共通なので、鉛直方向の中心位置を比較する。さらに、Fig. 2 に示す印可電流のパラメータである、半サイン

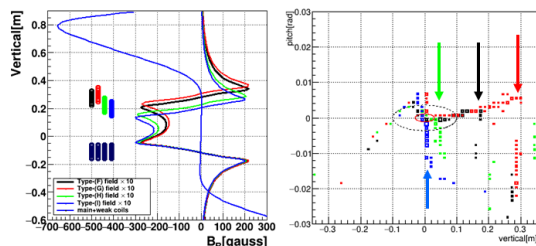


Figure 9: Four different positions of upper kicker coils are shown. Depends on the field shape, the upper edge of $z-z'$ shape is changed.

キック周期 T_K および、ピーク電流 I_{peak} の値³も示す。

Table 1: Kicker Coils' Parameters

Type ID	Upper Center [m]	Lower Center [m]	T_K [ns]	I_{peak} [kA]
A	0.25	-0.10	120	0.9
B	0.25	-0.10	73	2.7
C	0.25	—	120	0.90
D	0.25	-0.15	120	0.9
E	0.25	-0.15	81	2.450

4. 入射逆軌跡の評価

3章で蓄積領域における $z-z'$ 分布の形状とキッカーパラメータの関係性を調べた結果を踏まえ、理想的な $z-z'$ 分布を持った場合を仮定し、Table 1 の数例について逆軌跡を計算し、キックポイント (鉛直方向 $z \sim 0.95\text{m}$) 付近におけるビーム形状を確認する。本研究の今後の課題の一つとして、逆軌跡から得られる知見を基に、相関分布形状が線形に近い範囲の位相空間の検討があるが、本論文では途中経過を報告するにとどめる。

Figure 10 にキッカーパラメータ Type-(A) で順方向に入射した Fig. 5 の軌跡群のキック直後の時間スライスを示す。左図は Fig. 5 の右側図の再出に、径方向位相空間や周回方向のビーム分布も合わせて示す。特に Fig. 10 の右端のキック直後のビームの 3 次元空間分布をみると、周回方向の一部に固まっている。これは、蓄積磁石外の入射点における長手方向のビーム分布形状をほぼ保ったまま蓄積領域まで到達することを示している。

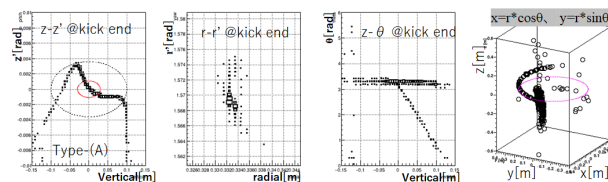


Figure 10: A snapshot views of stored trajectories of Type-(A) at the end of the kick.

³ 本論文ではキッカーコイルが作る磁場は自由空間に配置した電流を仮定して計算しており、実際は真空容器壁などで消費される渦電流分を考慮し、約 2 割増し程度の電流を必要とする。

この情報を基に、理想的な逆軌跡用の初期値を設定した結果を Fig. 11 に示す。左端の z - z' 分布は赤い楕円内部にほぼ収まるようにし、径方向の分布や周回方向の分布は鉛直運動とは相関を持たせていない。

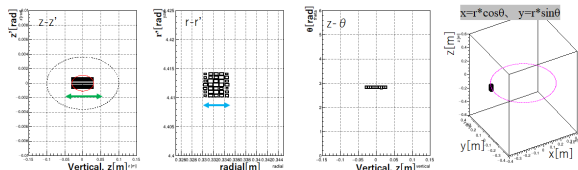


Figure 11: Initial data set for reverse trajectory calculations.

Figure 12 に Type-(A) の逆軌跡の結果、右に入射軌道の Point-A 相当 ($z \sim 0.95\text{m}$) におけるビーム形状を示す。また Fig. 13 は、Fig. 12 の右図を更にを拡大し、比較のために純方向入射の位相空間 (Fig. 6 の右端の位相空間の一部を再出) も重ね書きしている。順方向のビーム入射のときの位相空間に対し、逆軌跡の位相空間が扁平的に発散している。定性的には、高さ 0.95m 付近の逆軌跡のビーム広がり扁平に大きくなるのは位相空間を線形近似で表現できる領域が小さいことを示す。

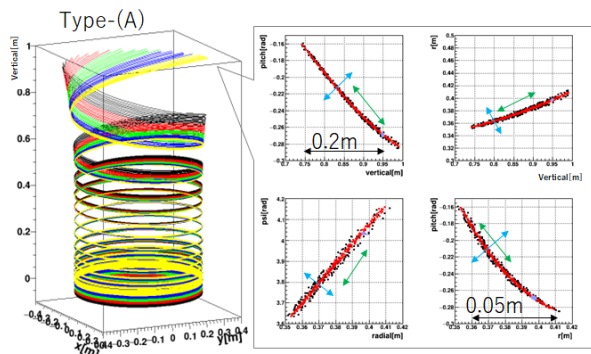


Figure 12: Reverse trajectories of Type-(A) kicker. Beam shape at the Point-A corresponding is also shown in the right. This beam shape indicate required beam parameters for the ideal beam injection.

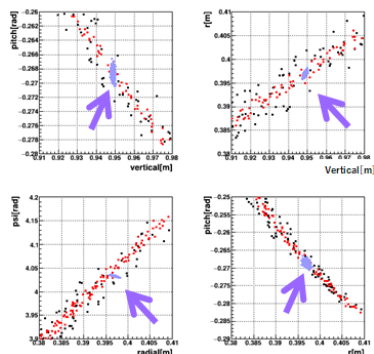


Figure 13: Zoom up view of the right picture of Fig. 12. Purple data points, indicate beam phase space as in the right plot in Fig. 6, is superimposed for comparison.

Figure 14, 15 に Type-(D) および Type-(E) の逆軌跡の結果を示す。これらは蓄積領域における z - z' 相関が赤

い楕円の中で極力水平になるように調整した、Fig. 8 に示す Type-(D) および Type-(E) の逆軌跡計算の結果である。蓄積領域の z - z' 分布の赤い楕円領域内にビームを収めることが入射のゴールだが、本論文で議論する逆軌跡の検討により、入射に適切な z - z' 位相空間の形状は楕円全体に均等に存在するわけではなく局在化する傾向を持つことがわかる。また、そのような適切な位相空間の中心部分にビームを集めるには、キッカーによる強い鉛直方向収束が有効であることが、Type-(E) が Type-(D) に比べて z - z' 分布が中心に集まることから理解できる。

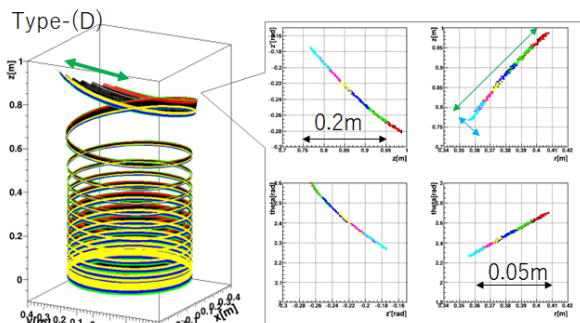


Figure 14: Kicker field spatial distribution by five type coils.

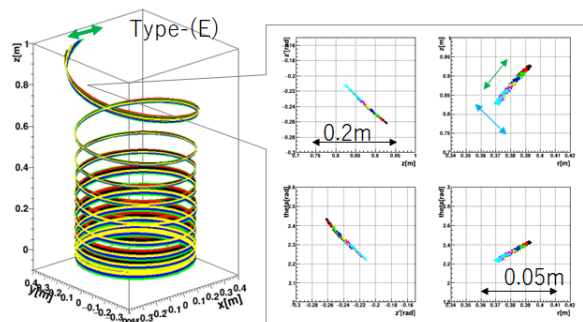


Figure 15: Single particle tracking for four-types of coils. Shorter T_K will give a stronger kink-shape.

5. 鉄ヨークチャンネル内のビーム位相空間

蓄積領域内の鉛直方向ビームサイズ $|z|$ を小さくするため、ビーム位相空間の最適解を求め、鉄ヨーク外のビーム入射点での位相空間調整と関連づける必要がある。そこで、Point-A ($z \sim 0.95\text{m}$) 付近の位相空間を 3 つのパラメータ: $|r|, \varphi, z_g$ を用いて表現することを試みた [8]。

$$\vec{r} = (x_g, y_g, z_g), \vec{p} = (p_x, p_y, p_z) \quad (1)$$

$$|r| = \sqrt{x_g^2 + y_g^2 + z_g^2}, \cos(\varphi) = \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{|r||p|}$$

Figure 16 は $|r|, \varphi$, および鉛直位置 z_g の 3 つの相関関係の、ビームチャンネル内部の鉛直位置依存性を示している。鉄ヨーク内部の鉛直高さ 0.95m 付近 (Point-A) では、3 つのパラメータを用いた位相空間では、 $|z| < 30\text{mm}$ となるサブグループ (赤点で表示) が、そうでないグルー

ブ(黒点で表示)と明確に別れるが、ビームチャンネル内部、Injection point (Fig. 1 参照))では、Point-A で見えていた相関関係が消えてしまう。すなわち、この表現ではビーム位相空間を正しく評価していない為であり、更には他のパラメータ導入を検討した。

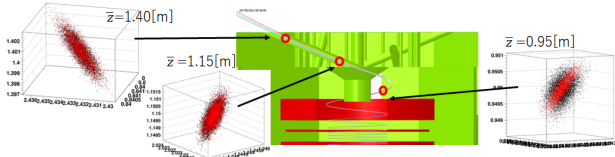


Figure 16: $|r| - \varphi - z_g$ correlations with different time slices. It is hard to distinguish between red and black groups.

個々の粒子軌道は、位置ベクトルと運動量ベクトルの成分6つで記述できるが、全運動量を一定とすれば5つの独立なパラメータで記載できる。ここで、以下の2つの角度を導入する。

$$\sin(\psi) = \frac{p_z}{|p|}, \quad \cos(\phi) = \frac{p_x}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}. \quad (2)$$

n 個の粒子を 5 次元パラメータで表す非正則行列 $n \times 5$ matrix M_{red} を以下に定義する。

$$M_{red} = \begin{pmatrix} |\vec{r}_0| - \bar{r} & \theta_0 & z_{g0} - \bar{z}_g & \psi_0 & \phi_0 \\ |\vec{r}_1| - \bar{r} & \theta_1 & z_{g1} - \bar{z}_g & \psi_1 & \phi_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ |\vec{r}_n| - \bar{r} & \theta_n & z_{gn} - \bar{z}_g & \psi_n & \phi_n \end{pmatrix}, \quad (3)$$

ここで、 n は Fig. 16 に示す赤い点群の数を示す。 $\bar{r}, \bar{\theta}, \bar{z}_g, \bar{\psi}$, および $\bar{\phi}$ は、赤い点群の中心地を示す。特異値分解法を用いて、行列 M_{red} の尤も小さい特異値とそれに対応する特異値ベクトルを求める：

$$\vec{q} = (q_r, q_\theta, q_z, q_\psi, q_\phi) \quad (4)$$

次に、全粒子数 N から成る $N \times 5$ の M_{tot} 行列を準備する。その行列と先に求めた固有ベクトルを掛け合わせ、次の残差ベクトルを算出する: $\vec{d} = M_{tot} \vec{q}$ 。

この残差ベクトル \vec{d} は赤と黒のサブグループの分離に都合の良いパラメータであると言える。つまり、赤で示す分布は 5 次元位相空間で定義されるある平面上に存在し、固有ベクトル \vec{q} はその平面の法線ベクトルを示す。この情報を利用して、Fig. 17 に示すように、は赤と黒のサブグループの分離されるので、ビーム調整の具体的な目標パラメータを得る。

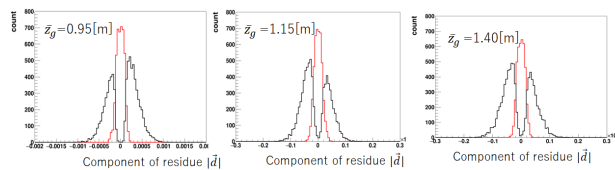


Figure 17: Absolute values of residue vector \vec{d} components indicate a hint to control beam as $|z| < 30$ mm.

Figure 18 の左側に鉄ヨーク上面から入射用のビームチャンネルモデル (OPERA-3D) を描画したものを示す。

右側の図はチャンネル内部の入射軌道に沿った磁場分布 3 成分を示している。チャンネル内部は非線形磁場があり、特にチャンネル出口付近の非線形成分の影響を考慮した詳細な軌道設計に取り組む必要がある。また、鉄ヨーク内部では $|r|, \varphi$ と z_g を用いた表現でビーム位相空間を表現できていたが、チャンネル内部では正しく表現できていない要因の理解も含め、設計軌道のまわりの位相空間の理解の確度を上げていく必要がある。

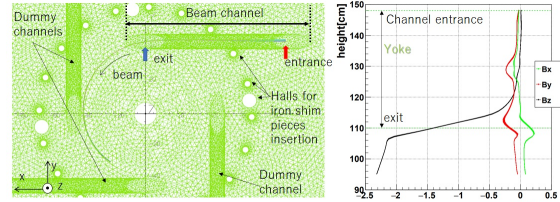


Figure 18: Left: Topside view of *channel* in the yoke and trajectories (OPERA-3D). Right: Magnetic field along the trajectories. Nonlinear magnetic field effects need to be considered.

6. まとめと今後の課題

垂直キッカーとビーム位相空間の仕様決定は 3 次元螺旋軌道入射の成否を決める重要な技術開発項目である。本論文では蓄積領域での鉛直方向のビームサイズを 30mm 以内に抑えることを目指した研究課題を紹介し、設計の現状を議論した。鉛直方向のビーム制御は、主コイルと弱収束コイルがつくる静磁場による鉛直方向収束と、キッカーコイルが作る動的収束をうまく組み合わせで行う。特に、キッカーコイルの配置、印可する電流により鉛直方向の収束の強さを得るため、キッカー装置は大電流、ビームが感じるパルス時間幅が短い方が有利であり、シミュレーション計算でもその傾向を確認できた。本論文では、印可電流の時間構造を単純な半サイン形状として、ビーム到達時に同期して印可をスタートすることを想定した結果を示しているが、実際にはビームが到達するよりも前から印可電流をスタートさせる案も並行して検討しており、Fig. 2 に示す T_K を長くすることで実機電源の負担を軽くする方向でも検討を進めている。

キッカー装置の詳細設計と連動して、入射ビームの最適な 5 次元位相空間を実現する必要がある。本論文では、特異値分解を用いた 5 次元位相空間の固有ベクトルの算出と、蓄積後のビームサイズを判断する指標を、高さ 0.95m 付近のビーム位相空間の解析により評価する方法を見出した。今後、より堅牢な入射設計を実現するためには、鉄ヨーク内を貫通するビームチャンネル内部の非線形磁場中の入射軌道設計および、チャンネル内部での位相空間の評価の精度をあげていく必要がある。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP26287055, JP19H00673, JP20H05625 の助成を受けたものです。

参考文献

[1] M. Abe *et al.*, Progress of Theoretical and Experimental

- Physics, Volume 2019, Issue 5, May 2019, 053C02.
doi:10.1093/ptep/ptz030
- [2] H. Iinuma *et al.*, Nucl.Instru.Meth A 832 51 – 62 2016.
doi:10.1016/j.nima.2016.05.126
- [3] H. Iinuma *et al.*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 32, no. 6, pp. 1-5, 2022, Art no. 4004705.
doi:10.1109/TASC.2022.3161889
- [4] 阿部、他、「g-2/EDM 精密計測用ミューオン蓄積磁石内の軌道シミュレーション用 2D 磁場再構成」、第 19 回日本加速器学会年会、WEP035, 2022 年 10 月 18 日, pp. 605-609. https://www.pasj.jp/web_publish/pasj2022/proceedings/PDF/WEP0/WEP035.pdf
- [5] M. Abe *et al.*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity vol. 32 no. 6 pp. 1-5 2022. Art no. 4007505.
doi:10.1109/TASC.2022.3190247
- [6] 飯沼、他、「J-PARC muon g-2/EDM 実験用ビーム入射キッカーの磁場設計」、第 19 回日本加速器学会年会、TUP036, 2022 年 10 月 18 日, pp. 218-223. https://www.pasj.jp/web_publish/pasj2022/proceedings/PDF/FROB/FROB05.pdf
- [7] 小川、他、「J-PARC muon g-2/EDM 実験における精密な 3 次元ビーム入射のための蓄積ビームモニター」、本年会 (第 20 回日本加速器学会年会)、THOA2, 2023 年 8 月 31 日.
- [8] H. Iinuma, “Precise control of a strong X-Y coupling beam transportation for J-PARC muon g-2/EDM experiment”, in *Proc. IPAC'23 Venezia*, 05 2023, pp. 286-289.
doi:10.18429/jacow-ipac2023-mopa110