

# J-PARC MR のための横方向不安定性の記述に向けたシミュレーションの構築 STUDY ON SIMULATION CODE FOR TRANSVERSE INSTABILITIES FOR THE J-PARC MR

吉村 宣倅 <sup>\*A)</sup>, 外山 毅 <sup>B)</sup>, 菖蒲田 義博 <sup>C)</sup>, 中村 剛 <sup>B)</sup>,  
大見 和史 <sup>B)</sup> 小林 愛音 <sup>B)</sup>, 岡田 雅之 <sup>B)</sup>, 佐藤 洋一 <sup>B)</sup>, 中家 剛 <sup>A)</sup>  
Nobuyuki Yoshimura <sup>\*A)</sup>, Takeshi Toyama <sup>B)</sup>, Yoshihiro Shobuda <sup>C)</sup>, Takeshi Nakamura <sup>B)</sup>,  
Kazuhiro Ohmi <sup>B)</sup>, Aine Kobayashi <sup>B)</sup>, Masashi Okada <sup>B)</sup>, Yoichi Sato <sup>B)</sup>, Tsuyoshi Nakaya <sup>A)</sup>,  
<sup>A)</sup> Kyoto University, <sup>B)</sup> KEK, <sup>C)</sup> JAEA

## Abstract

The J-PARC main ring (MR) will be increased to 1.3 MW. To cope with the increase in beam intensity, the intra-bunch feedback system (IBFB) needs to be upgraded to handle higher frequencies up to about 200 MHz. To evaluate the performance and understand the optimal parameters after this upgrade, we are developing a particle tracking simulation that includes the necessary components. The recoherence period induced by chromaticity between tracking simulations and experiments are compared and it cannot be described by the simple simulations, and we investigate what mechanisms explain this result. The shift of synchrotron tune caused by longitudinal wakes using tracking simulations are calculated and it is found that introducing the effect of longitudinal wakes only does not explain the recoherence period in the experimental results.

## 1. はじめに

J-PARC MR では、主電磁石電源のアップグレード [1, 2] の結果、MR 繰り返し周期の短縮 (2.48 s から 1.36 s) に成功し、2023 年にビームパワー 760 kW を達成した [3]。この達成には、横方向ビーム不安定性を抑制するフィードバックダンパー [4, 5] とその適切な調整が必要不可欠になっている。

さらなるビームパワー (1.3 MW) で陽子ビームを安定に供給し、ビーム強度に依存した (横方向) 不安定性が増加することによるビームロス を低減するために、フィードバックシステムの対応周波数を 100 MHz から 200 MHz に増やすアップグレードが進行中である [6]。

しかし、大強度化後の不安定性をフィードバックにより十分に抑制できるかどうかを定量的に評価する必要がある。大強度化に伴いフィードバックが抑えるべき横方向不安定性を考察し、またフィードバックシステムの動作過程を定量的に理解して適切な設定方法を見出した上で、バンチ内フィードバックシステム (IBFB) アップグレード後の性能予測を行うことを目標としている。

このために、マクロ粒子数  $10^4 \sim 10^6$  程度で縦 1 次元横 1 次元方向にそれぞれの粒子をトラッキングするシミュレーションを開発した。クロマティシティによるヘッドテール効果によってバンチ内振動周波数が変化し振幅変調が発生するが、開発したシミュレーションを用いた予測に対して J-PARC MR の実験において異なる挙動が観測された。この原因を特定しシミュレーションに反映するため、ここでは縦ウェイクの効果を加えた場合の検討結果を報告する。

## 2. クロマティシティによるヘッドテール効果

### 2.1 バンチ内振動周波数の変化と振幅変調

低周波に対するフィードバック機器の性能評価は、リング入射時に横方向にオフセット誤差を起こした場合のダンピングレートによって評価することができる [7]。しかしフィードバックシステムによるダンピングがない場合にも、チューンスプレッドによってベータトロン位相差が発生することにより、デコヒーレンスと呼ばれる横方向ビーム重心のダンピングが発生する [8]。

クロマティシティ  $\xi = \frac{\Delta v}{v}$  のみによってチューンシフトが発生する場合を考える。2 粒子 (1, 2) がそれぞれ  $(z, \frac{dp}{p})_{1,2} = (\pm \hat{z}, 0)$  にいてベータトロン位相差が 0 である場合、シンクロトロンの半周期後 ( $N = \frac{N_s}{2}$  ターン) に  $(z, \frac{dp}{p})_{1,2} = (\mp \hat{z}, 0)$  にいる 2 つの粒子のベータトロン位相はヘッドテール位相  $\chi = \frac{2\pi\xi\hat{z}}{\eta C}$  を用いて  $\pm 2\chi$  と書くことができ [9]、この時のバンチ内振動の周波数は、

$$f = f_0 \frac{C}{2\hat{z}} 4\chi = 2f_0 \frac{\xi}{\eta} \quad (1)$$

であり、 $\hat{z}$  によらず、 $\xi$  に比例する。また、粒子数が多い場合、位相拡がり最大となることで横方向ビーム重心の振幅は小さくなりデコヒーレンスを起こす。

そして、シンクロトロン運動が 1 周 ( $N = N_s$  ターン) し、 $(z, \frac{dp}{p})_{1,2} = (\pm \hat{z}, 0)$  となると、全ての粒子のベータトロン位相差が 0 となることで横方向ビーム重心の振幅が初期状態に戻る。この過程はリコヒーレンスと呼ばれる。この現象がシンクロトロン周期で交互に発生することで、横方向ビーム重心はターン数  $N$  に対して Eq. (2) で周期的に振幅変調を起こす [8](Fig. 1)。

\* yoshimura.nobuyuki.76w@st.kyoto-u.ac.jp,  
nyoshimu@post.kek.jp

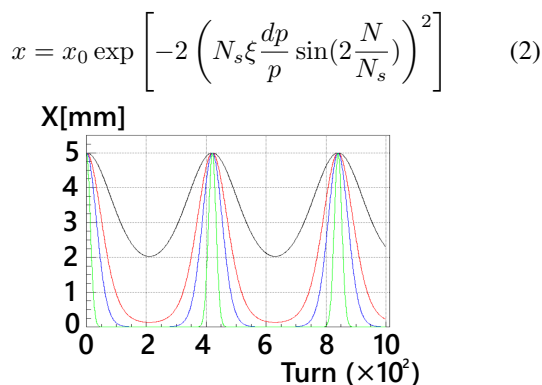


Figure 1: The envelope of the average of the transverse beam position in the bunch calculated by Eq. (2);  $\xi = -1$  (black),  $\xi = -2$  (red),  $\xi = -3$  (blue), and  $\xi = -7.9$  (green).

### 2.2 トラッキングシミュレーションの予測

クロマティシティによるチューンスプレッドのみを考慮し、ウェイク場や空間電荷効果は考えない場合のトラッキングシミュレーション(横1次元縦1次元)を行った。シンクロトロンチューン  $\nu_s = 1/420 = 0.00238$ 、縦方向位相空間はガウシアン分布、横方向位相空間はガウシアン分布である。Figure 2は、ターン毎のバンチ重心  $x = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N x_i$  の振幅である。Figure 3は、ターン毎のダイポールモーメント  $\Delta(z) = \Sigma \lambda x$  のバンチ内振動の周波数であり、シンクロトロン周期で振幅と周波数の変化を繰り返す様子が確認できる。

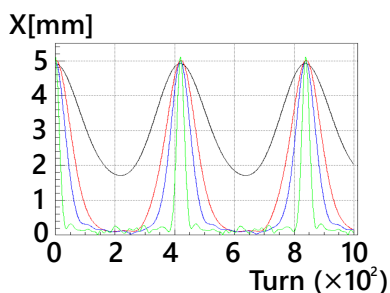


Figure 2: The envelope of the average of the transverse beam position in the bunch from the tracking simulation;  $\xi = -1$  (black),  $\xi = -2$  (red),  $\xi = -3$  (blue), and  $\xi = -7.9$  (green).

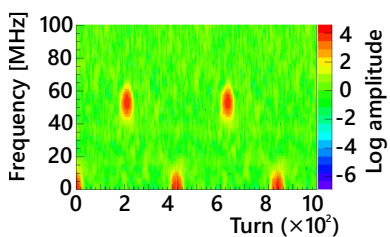


Figure 3: Frequency components of the beam position obtained from the tracking simulation for  $\xi = -7.9$ .

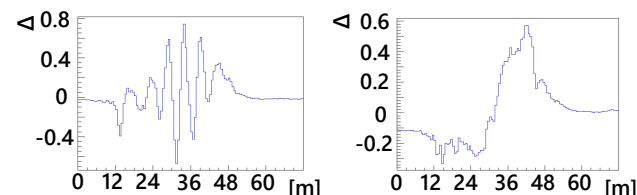
### 2.3 実験条件

2023年2月25,28日に、エネルギー3 GeV、繰り返し周期1.36 s、ビーム強度  $N_B = 2.4, 4.2, 8.6 \times 10^{12}$  ppb、バンチ数1、IBFBなしの条件下でビーム試験を行った。主なビームパラメータは、バンチ長約50 m、チューン

( $\nu_x, \nu_y$ ) = (21.35, 21.45)、クロマティシティ  $\xi_x = (-1.5, -7.9, -12.5)$ ,  $\xi_y = -15$  である。RF電圧は基本波263 kV、二倍高調波は入れておらず、シンクロトロンチューン  $\nu_s = 1/420 = 0.00238$ 、スリッページファクター  $\eta = -0.0578$  である。入射セプトムを調整することにより、バンチを水平方向に5 mm程度ずらして入射させ[10]、ビーム位置モニター[11]を使ってクロマティシティ  $\xi$  によるバンチ内振動を観測した。スタディしたビーム強度においてはインスタビリティによるビームロスとは発生していない。

### 2.4 解析手法

ターン毎のビーム位置モニターの出力はオシロスコープ Lecroy HDO (6104MS) で500MHzで読み出された。BPM出力(差信号  $\Delta(z) = BPM_+(z) - BPM_-(z)$ , 和信号  $\Sigma(z) = BPM_+(z) + BPM_-(z)$ )を用いて、ダイポールモーメントは  $\int_{z_-}^z \Delta(z')$ , バンチ電流は  $\int_{z_-}^z \Sigma(z')$  と表される。 $\xi = -7.9$ における差信号の出力例をFig. 4に示す。また、ビーム重心位置は  $x(z) = 46 \times \frac{\int_{z_-}^z \Delta(z')}{\int_{z_-}^z \Sigma(z')} [\text{mm}]$  として表されるが、バンチ電流が小さいz領域においては誤差により値が安定しないことから、バンチ電流に閾値を設けて限定したバンチ領域の中で有効とする。



(a) turn=1250 (~0.68 ms after injection) (b) turn=2500 (~1.4 ms after injection)

Figure 4: The difference signal  $\Delta(z) = BPM_+(z) - BPM_-(z)$  obtained by the beam position monitor.

### 2.5 実験結果

バンチ内振動周波数について、 $\xi = -12.5$ において80 MHz程度、 $\xi = -7.9$ において60 MHz程度、 $\xi = -1.5$ において20 MHz以下であった。理論・トラッキングシミュレーションでの予想は  $\xi = -12.5$ において80 MHz、 $\xi = -7.9$ において50 MHz、 $\xi = -1.5$ において9.6 MHzであり、おおそ同じ値であると言える。

しかしFig. 5のように低周波高周波間での遷移に要する時間(振幅変調周期)は2000 ~ 2500ターン程度であり、 $\nu = 0.0004 \sim 0.0005$ 相当である。シミュレーションにおけるシンクロトロン周期からの予測より5倍程度長くなっていることが観測された。低周波が多い時間においてはFig. 6のように2000 ~ 3000ターンにおいて重心振動の振幅が大きくなっていることがわかる。

この原因は縦横ウェイク場、空間電荷効果、電磁石電源リップル等が考えられている。次章で縦ウェイクによるシンクロトロンチューンシフトの見積もりを行った。

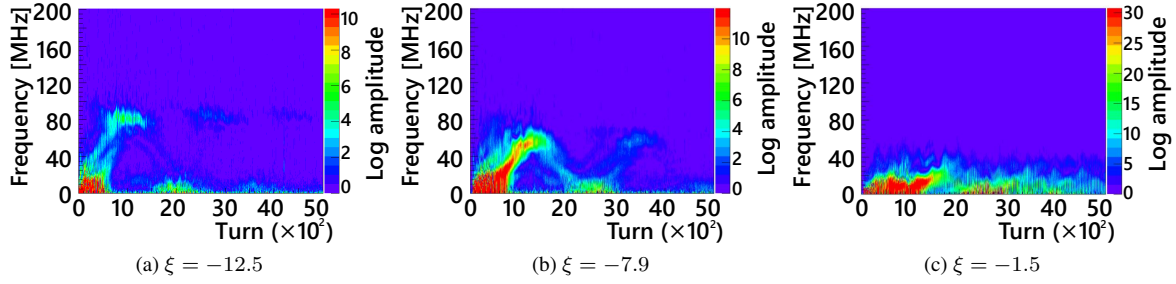


Figure 5: Frequency component of the dipole moment signal  $\int_{z_-}^z \Delta(z') = \int_{z_-}^z (BPM_+(z) - BPM_-(z))$  for each turn.

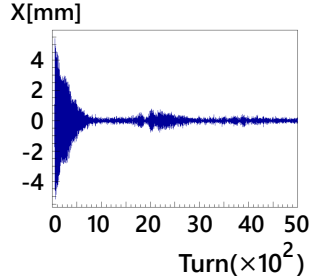


Figure 6: Average of the beam position in the bunch for each turn for  $\xi = -7.9$ .

### 3. 縦ウェイクによるシンクロトロンチューンシフト

#### 3.1 トラッキングシミュレーションの構成

J-PARC MR と検証のため SPring-8 それぞれのパラメータを用いて縦方向シンクロトロン運動、縦方向ウェイク、横方向ベータトロン振動、横方向クロマティシティーチューンシフトを考慮したトラッキングシミュレーションを開発した。ウェイク場の計算には PIC(Particle in Cell) 法を用いて事前に計算したウェイクポテンシャルの重ね合わせで表現した。バンチ数は 1 つであり、ウェイクはバンチ内のみで働き、マルチターンウェイクは考慮しない。 $\Delta z$  に source 粒子がある場合、この電荷は  $\sigma_{\text{mesh}}$  の 3 点のメッシュ上に shape 関数  $S_0, S_1, S_2$  の割合でその和は常に一定となるように振り分けられる。

$$S\left(\frac{\Delta z}{\sigma_{\text{mesh}}}\right) = \begin{cases} S_0 = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{\Delta z}{\sigma_{\text{mesh}}} + 1 \right| - \frac{3}{2} \right)^2 \\ S_1 = - \left( \frac{\Delta z}{\sigma_{\text{mesh}}} \right)^2 + \frac{3}{4} \\ S_2 = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{\Delta z}{\sigma_{\text{mesh}}} - 1 \right| - \frac{3}{2} \right)^2 \end{cases} \quad (3)$$

縦方向運動項 (J-PARC MR)

$$z_{n+1} = z_n - \eta C \frac{dp}{p_n} \quad (4)$$

$$\frac{dp}{p_{n+1}} = \frac{dp}{p_n} - \frac{V_{rf}}{E} \sin\left(\frac{hz_{n+1}}{R}\right) \quad (5)$$

縦方向運動項 (SPring-8)

$$\phi_s = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{U_0}{V_{rf}}\right) \quad (6)$$

$$z_{n+1} = z_n - \alpha C \frac{\Delta E}{E_n} \quad (7)$$

$$\frac{\Delta E}{E_{n+1}} = \frac{\Delta E}{E_n} - \frac{V_{rf}}{E} \left( \sin\left(\phi_s - \frac{hz_{n+1}}{R}\right) - \sin\phi_s \right) \quad (8)$$

横方向運動項

$$\phi_n = 2\pi \left( \nu_x + \xi_x \frac{dp}{p_n} \right) \quad (9)$$

$$x_{n+1} = \cos\phi_n x_n - \beta_x \sin\phi_n x'_n \quad (10)$$

$$x'_{n+1} = \frac{1}{\beta_x} \sin\phi_n x_n + \cos\phi_n x'_n \quad (11)$$

縦ウェイク場項

$$\Delta \frac{dp}{p} = -\frac{1}{E} \text{kick}_z(z_n) = -\frac{1}{E} \sum_j \lambda_n(z_j) W_{L0}(z_j - z_n) \quad (12)$$

初期条件は縦横方向共にガウシアン分布であり、J-PARC MR では縦方向  $\sigma_z = 10$  m,  $\sigma_{\frac{\Delta E}{E}} = 0.16$  %, 横方向  $\sigma_x = 10$  mm,  $\sigma_{x'} = 0.9$  mrad であり、SPring-8 では縦方向  $\sigma_z = 4$  mm,  $\sigma_{\frac{\Delta E}{E}} = 0.12$  %, 横方向  $\sigma_x = 0.5$  mm,  $\sigma_{x'} = 0.05$  mrad である。

また特に SPring-8 では以下の放射平衡項が追加され、シンクロトロン位相周りで平衡状態をつくる。

縦方向

$$\Delta \frac{\Delta E}{E} = -2 \frac{U_0}{E} \frac{\Delta E}{E} + \sqrt{4 \frac{U_0}{E} \frac{\Delta E}{E}} \sigma_{\frac{\Delta E}{E}} u_i \quad (13)$$

横方向

$$\Delta x' = -\frac{U_0}{E} x' + \frac{1}{\sqrt{\beta_x}} \sqrt{2 \frac{U_0}{E}} \epsilon_0 v_i \cos(2\pi w_i) \quad (14)$$

$$\Delta x = \sqrt{\beta_x} \sqrt{2 \frac{U_0}{E}} \epsilon_0 v_i \sin(2\pi w_i) \quad (15)$$

$u_i, v_i$  はガウシアンランダム数、 $w_i$  は 0 ~ 1 の一様乱数であり、定数は平衡エネルギー Spredd 量  $\sigma_{\frac{\Delta E}{E}} = 0.10$  %, 平衡エミッタンス量  $\epsilon_0 = 2.4 \times 10^{-5}$  である。

### 3.2 ウェイクポテンシャルが影響を及ぼす場合のシンクロトロンチューンの計算

バンチ密度が時間によらず、安定して同じ形状を取り続ける場合、各マクロパーティクルにおける縦ウェイクを考慮した縦方向不変量は以下の式で表される。

$$H(\phi, \delta) = \frac{1}{2} \left( \frac{h\eta}{R} \right)^2 \left( \frac{dp}{p} \right)^2 + U'(\phi) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} U'(\phi) &= U(\phi) - \frac{h\eta}{2\pi R^2 E} \int d\phi'' \int d\phi' \rho(\phi') W_{L0}(\phi'' - \phi') \\ &= U(\phi) - \frac{h\eta}{2\pi R^2 E} \int_{-\infty}^{\phi} d\phi' \text{kick}_z(\phi') \end{aligned} \quad (17)$$

SPring-8

$$\begin{aligned} U(\phi) &= \frac{h\eta e V_0}{2\pi R^2 E} (\cos \phi - \cos \phi_s + (\phi - \phi_s) \sin \phi_s) \\ & \quad \left( \phi = \phi_s - \frac{hz}{R} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

J-PARC MR

$$U(\phi) = \frac{h\eta e V_0}{2\pi R^2 E} (\cos \phi - 1), \left( \phi = \frac{hz}{R} \right) \quad (19)$$

バンチ密度  $\rho(\phi)$  は Haissinski equation の解であるが、一般のウェイク源で見積もりを行うためトラッキングシミュレーションの縦方向分布を用いることで、SPring-8における縦ウェイク (Fig. 7) を考慮したポテンシャルの計算を行った (Fig. 8)。そしてシンクロトロンチューンは以下のように計算できる。

$$\nu(H_0) = 2\pi R \left[ \oint \frac{d\phi}{2\sqrt{H_0 - U'(\phi)}} \right]^{-1} \quad (20)$$

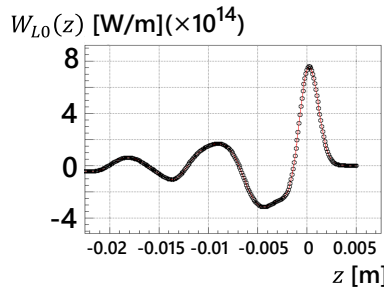


Figure 7: Longitudinal wake potential at SPring-8,  $\sigma_{\text{mesh}} = 0.001$  m.

そして各マクロパーティクルがシンクロトロン運動して  $\phi_s$  の周囲を1周する周期を直接数えシンクロトロンチューンにした値の2次元ヒストグラムと、Eq. (20)を用いて直接計算したシンクロトロンチューンと比較した (Fig. 9)。SPring-8では放射項の影響で  $\frac{\Delta E}{E}$  が0クロスするタイミングが変動するためチューン分布は広がるが、計算値とトラッキング結果は近い。 $\nu_s > 0.01$  の分布は放射項によりシンクロトロン周期のおよそ半分の時間で0クロスする粒子に対応し、 $\nu_s < 0.004$  の分布は放射項によりシンクロトロン周期以上の時間にわたり0クロスしない粒子に対応すると考えられる。

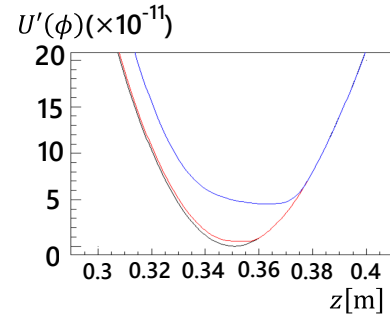
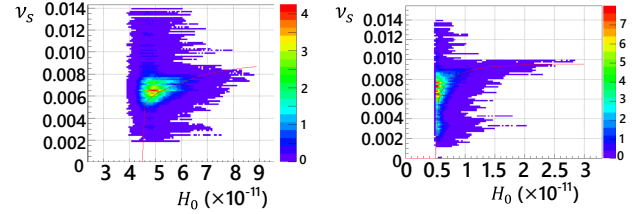


Figure 8: Potential  $U'(\phi)$  considered the longitudinal wake effects; 0mA (black), 1mA (red), and 10mA (blue).



(a) current is 1 mA =  $3 \times 10^{10}$  particle (b) current is 10 mA =  $3 \times 10^{11}$  particle

Figure 9: 2D histograms of synchrotron period of the tracking simulation and synchrotron tune  $\nu_s$  calculated by Eq. (20) from the potential (red line) when longitudinal wake is considered at SPring-8.

### 3.3 SPring-8における検証

トラッキングシミュレーションの妥当性を確認するため、SPring-8トラッキングシミュレーション [12] との比較を行った。バンチ電流が増加して平衡状態になった後に横方向キックを加え、励起したビーム重心をFFTした後、チューンのサイドバンドを比較した。電荷に依存してインコヒーレントシンクロトロンチューンが変動してクロマティシティ  $\xi$  による振幅変調周期が変動する。それぞれのシミュレーションに置けるビーム重心位置を Fig. 10 に示す。SPring-8シミュレーションと作成したシミュレーションを比較して同程度のチューンシフトであることがわかる (Fig. 11)。しかし、高いビーム電流においてコヒーレントシンクロトロンチューンに対応すると思われるピークが見えておりこの解釈については検討中である。

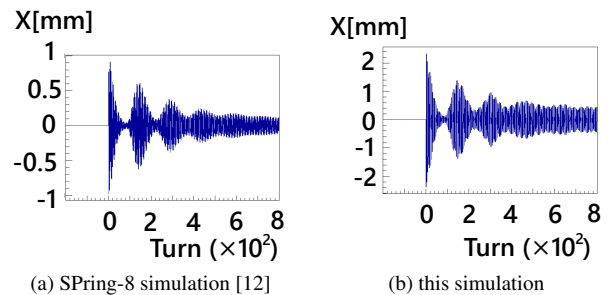


Figure 10: Position after the transverse kick for  $\xi = 6$  at SPring-8 when the current is 5 mA (=  $1.5 \times 10^{11}$  particle).

### 3.4 J-PARC MR 縦方向抵抗性壁ウェイク

J-PARC MR において最も大きなインピーダンス源 [13] である SUS チェンバーの抵抗性壁ウェイク  $G'(z)$



は以下で表される [14].

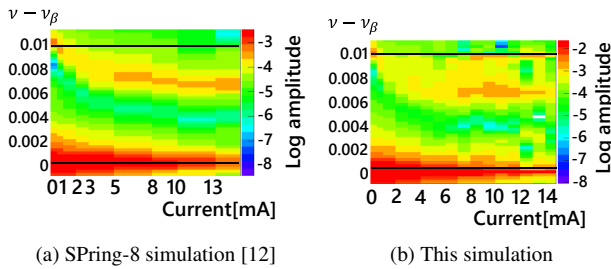


Figure 11: Frequency component position after the transverse kick for  $\xi = 6$  at SPring-8.

$$G'(z) = \begin{cases} \frac{4Z_0 cL}{\pi b^2} \left( \frac{e^{-s_0 z}}{3} \cos \frac{\sqrt{3}z}{s_0} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^\infty dx \frac{x^2 e^{-x^2 \frac{z}{s_0}}}{x^6 + 8} \right) & (z < 0) \\ 0 & (z > 0) \end{cases} \quad (21)$$

$$s_0 = \left( \frac{2b^2}{Z_0 \sigma} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (22)$$

mathematica を用いてメッシュ幅を変えながら、J-PARC MR における縦方向抵抗性壁ウェイクについての数値計算を行った [14]. 作成したウェイクポテンシャル Fig. 12 に示す。

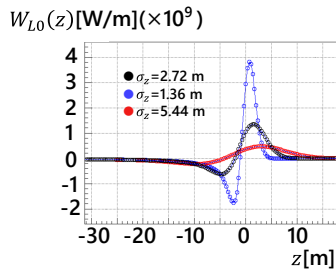


Figure 12: Longitudinal resistive-wall wake potential for PIC code;  $\sigma_{\text{mesh}} = 2.72$  m (black),  $\sigma_{\text{mesh}} = 5.44$  m (red),  $\sigma_{\text{mesh}} = 1.36$  m (blue).

### 3.5 J-PARC MR におけるシンクロトロンチューンシフト

作成した縦方向抵抗性壁ウェイクポテンシャルを用いて J-PARC MR におけるトラッキングシミュレーション ( $N_B = 3 \times 10^{14}$  ppb) を行い、前節と同様に各マクロパーティクルがシンクロトロン運動する周期から直接計算したシンクロトロンチューンとポテンシャル分布からの計算値を比較した。Figure 13 において縦方向抵抗性壁ウェイク項のあり/なしを比較している。また、メッシュ幅 ( $\sigma_{\text{mesh}} = 1.36, 2.72, 5.44$  m) を変えてもほぼ同じチューン分布であった。しかし、このシンクロトロンチューン分布  $0.002 < \nu_s < 0.00245$  からは、実験結果の振幅変調周期から計算される  $\nu = 0.0005$  を説明しないものであると考えられる。

## 4. 結論

J-PARC MR において、クロマティシティによる周波数変動と振幅変調周期の観測を行い、振幅変調周期がシンクロトロン周期の 5 倍程度長いことが観測された。

この原因特定のため、縦ウェイク効果を考慮したトラッキングシミュレーションの構築を行った。SPring-8

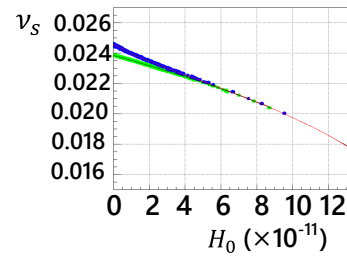


Figure 13: The plot obtained from the synchrotron period in the tracking simulation (blue, green point) and synchrotron tune  $\nu_s$  calculated from potential (red, black line) when longitudinal resistive-wall wake ( $\sigma_{\text{mesh}} = 2.72$  m) is or is not considered and intensity is  $3 \times 10^{14}$  ppb at J-PARC MR.

のパラメータを用いて、作成したシミュレーションと SPring-8 シミュレーションとの振幅変調周期の比較を行い、チューンシフトが同程度であることを確認した。そして、J-PARC MR における縦方向抵抗性壁ウェイクによるチューンシフトを計算し、これが振幅変調周期変動の原因ではないことを確認した。

現在、空間電荷効果によるヘッドテールモード間の周波数変動が原因かどうか調査を続けており、原因究明の後にトラッキングシミュレーションにフィードバックシステムを組み込む予定である。

## 謝辞

RF 操作と WCM 測定を田村文彦氏、杉山泰之氏、沖田英史氏に協力していただきました。他にも実験や議論に関わってくださった安居孝晃氏をはじめとする関係者の皆様に感謝いたします。

本研究は JST 科学技術イノベーション創出に向けた大学フェローシップ創設事業 JPMJFS2123 の支援を受けたものです。

## 参考文献

- [1] S. Igarashi, Prog. Theor. Exp. Phys., 2021, 033G01, (2021).
- [2] T. Koseki, IPAC2018, Vancouver, BC, Canada, p.966 (2018).
- [3] T. Yasui *et al.*, IPAC2023, Venice, Italy (2023). <https://indico.jacow.org/event/41/contributions/624/contribution.pdf>
- [4] T. Nakamura *et al.*, EPAC2004, Lucerne, Switzerland, p.2649 (2004).
- [5] K. Nakamura *et al.*, IPAC2014, Dresden, Germany, p.2786 (2014).
- [6] T. Toyama *et al.*, PASJ2019, p.1130, (2019).
- [7] N. Yohsimura *et al.*, PASJ2022, p.936 (2022).
- [8] I.Karpov *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams 19, 124201 (2016).
- [9] Y. H. Chin, NA-PAC2013, Pasadena, CA, USA, p.27 (2013).
- [10] T. Sugimoto *et al.*, IPAC14, Dresden, Germany, p.526 (2014).
- [11] K. Nakamura *et al.*, PASJ2014, p.58 (2014).
- [12] T. Nakamura, EPAC96, Sitges, Spain, 1996.
- [13] Y. Shobuda, OHO2010, Ibaraki, KEK, (2010).
- [14] A. W. Chao "Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators".